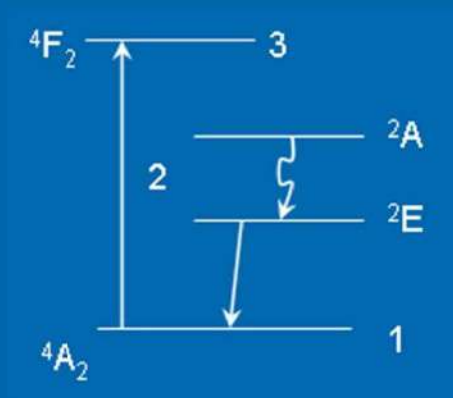


R.C. QASIMOVA



Kvant Elektronikası

kursu üzrə
məsələlər toplusu həlli ilə

R.C. QASIMOVA

AZƏRBƏYCAN RESPUBLİKASI TƏHSİL NAZIRLIYI
BAKİ DÖVLƏT UNİVERSİTETİ

R.C. QASIMOVA

KVANT ELEKTRONİKASI

kursu üzrə

məsələlər toplusu həlli ilə

$$V_{mnq} = \frac{c}{2L} \left[q + \frac{m+n}{\pi} \arccos \sqrt{g_1 g_2} \right]$$

KVANT ELEKTRONİKASI

kursu üzrə

məsələlər toplusu həlli ilə

Azərbaycan Respublikası Təhsil Nazirinin 08.02.2008-ci il tarixli 186 nömrəli əmri ilə dərs vəsaiti kimi təsdiq edilsin.

Bakı – 2008

Elmi redaktor: fizika-riyaziyyat elmləri doktoru,
professor **İsmayilov T.H.**

Rəy verənlər: fizika-riyaziyyat elmləri doktoru,
professor **Tağıyev Z.A.**

fizika-riyaziyyat elmləri doktoru,
professor **Abdullayev S.Q.**

fizika-riyaziyyat elmləri namizədi,
dosent **Davudov B.B.**

R.C. Qasimova Kvant elektronikas kursu üzrə məsələlər toplusu həlli ilə.
Dərs vəsaiti, Bakı, Bakı Universiteti nəşriyyatı, 2008, -65səh.

Dərs vəsaitində kvant elektronikas ixtisas kursu üzrə qısa nəzəri məlumatlar və 32 məsələnin müfəssəl həlli təqdim edilmişdir.

Kitab fizika fakültəsinin bakalavr pilləsinin tələbələri və magistr pilləsinin lazer və mazer fizikası, plazma fizikası, bərk cisim, maye və qazlar fizikası üzrə ixtisaslaşan tələbələr üçün nəzərdə tutulmuşdur. Dərs vəsaitindən həmçinin digər təbiət elmləri fakültələrində və başqa texniki universitetlərdə təhsil alan tələbələr və yuxarıda sadalanan ixtisasların mütəxəssisləri də istifadə edə bilərlər.

DOI: <https://doi.org/10.36719/0840/2025>

$$\frac{Q}{M} \frac{2302030400 - 000}{- 658(07) - 000}$$

«Bakı Universiteti» nəşriyyatı, 2008.

GİRİŞ

Dərs vəsaiti müəllifin Bakı Dövlət Universitetinin təbiət elmləri fakültələrində ümumi fizika və fizika fakültəsində kvant elektronikas kurslarının tədrisinin təcrübəsi əsasında yazılmışdır.

Təqdim olunan vəsait kvant elektronikas üzrə ixtisaslaşan tələbələr üçün nəzərdə tutulmuşdur. Bölmənin müxtəlif mövzularını əhatə edən məsələlərin həlli materialın daha yaxşı mənimsənilməsinə, tələbələrin yaradıcılıq fikrinin inkişafına yardım edir. Müasir kvant elektronikasının problemlərini əks etdirən məsələlərə baxılmışdır. Təqdim olunmuş məsələlərdə araşdırılan mövzular, praktiki olaraq kvant elektronikas prinsiplərini və qanunlarını əks etdirən bütün problemlər spektrini əhatə edir.

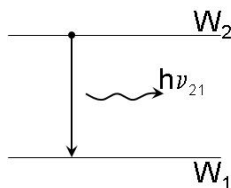
Kitabın əsas məqsədi – tələbələri kvant elektronikasının əsas anlayışları və metodları ilə tanış etmək və onları dərk etməklə tətbiq edilməsinə yönəlmişdir. Materialın izah səviyyəsi kvant mexanikası və statistik fizika üzrə müəyyən biliklərin olmasını tələb edir.

Müəllif əlyazmanın diqqətlə oxunduğuna görə elmi redaktora və rəyçilərə dərin minnətdarlığını bildirir. Əlyazmanın ərsəyə gəlməsində göstərdikləri köməyə görə müəllif BDU-nun fizika fakültəsinin əməkdaşları f.-r.e.n. Q.M. Eyvazovaya və Q.A. Səfərovaya təşəkkür edir.

Bütün qeydlər və təkliflər müəllif tərəfindən diqqətlə və minnətdarlıqla qəbul olunacaq.

MƏSƏLƏLƏR

1. Fərz edək ki, mühiti təşkil edən atomlar ancaq iki W_1 və W_2 enerji səviyyələrində ola bilər ($W_1 < W_2$) və başlanğıc anda bir atom enerjisi W_2 olan yuxarı səviyyədədir. W_2 enerjisi W_1 -dən böyük olduğuna görə, müəyyən müddətdən sonra atom özbaşına aşağı W_1 səviyyəsinə keçəcək. Bu zaman $W_2 - W_1$ enerji ayrılacaqdır. Ayrılan enerji elektromaqnit dalğası şəklində olarsa, belə proses spontan şüalanma prosesi adlanır. Şüalandırılan dalğanın tezliyi ν_{21}



Bor münasibəti əsasında tapılır: $\nu_{21} = \frac{W_2 - W_1}{h}$, h - Plank sabitidir.

1.1 Əgər səviyyələrin enerji fərqinə uyğun gələn şüalanmanın tezliyi spektrin görünən oblastının ortasına uyğun gələrsə, otaq temperaturunda termodinamik tarazlıq halında W_1 və W_2 enerji səviyyələrindəki hissəciklərin nisbətini tapmalı.

1.2 $T=300$ K temperaturunda termodinamik tarazlıq halında olan iki səviyyədəki hissəciklərin nisbəti $N_2/N_1=1/e$ bərabərdir. Bu səviyyələrin arasındakı keçidə uyğun şüalanmanın ν tezliyini və λ dalğa uzunluğunu tapın. Bu şüalanma spektrin hansı oblastına düşür? Şüalanma hansı lazer növünə uyğundur?

2. 1917-ci ildə A. Eynşteyn spontan və məcburi şüalanmalara və elektromaqnit dalğalarının udulmasına klassik baxımdan yanaşmışdır. O, ətraf mühitlə termodinamik tarazlıqda olan atomlar sisteminə baxmışdır. Bu halda sistemin enerji səviyyələri arasında elektromaqnit dalğalarının şüalanmasına və udulmasına uyğun kvant keçidləri baş verir. Tarazlıq halında elektromaqnit dalğasının şüalanması spektral sıxlıqla $\rho(\nu)$ xarakterizə olunur. Plank düsturuna görə

$$\rho(\nu) = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} \frac{h\nu}{e^{kT} - 1}, \quad (1)$$

burada $\frac{8\pi\nu^2}{c^3}$ vahid həcmdə vahid tezliyə düşən sərbəstlik

dərəcələrinin sayı, $\bar{\epsilon} = h\nu / (e^{kT} - 1)$ bir sərbəstlik dərəcəsinə düşən orta enerji, T – mühitin mütləq temperaturu, h və k uyğun olaraq Plank və Bolsman sabitləridir.

Aralarında keçid baş verən iki səviyyənin kinetik tənlikləri aşağıdakı şəkildədir:

$$\begin{aligned} dN_2 &= -N_2(A_{21} + \rho(\nu)B_{21})dt + N_1\rho(\nu)B_{12}dt, \\ dN_1 &= -N_1\rho(\nu)B_{12}dt + N_2(A_{21} + \rho(\nu)B_{21})dt. \end{aligned} \quad (2)$$

Məcburi şüalanma xarici elektromaqnit sahəsinin təsiri ilə baş verir. Vahid zamanda məcburi şüalanma keçidlərinin sayı elektromaqnit dalğasının enerji selinin sıxlığı $\rho(\nu)$ və yuxarı səviyyədəki zərrəciklərin sayı N_2 ilə mütənasibdir. $dN_2/dt = -N_2\rho(\nu)B_{21}$. Burada B_{21} -məcburi şüalanma üçün Eynşteyn əmsalıdır.

Buna analogi olaraq sistemdə udulma prosesi də gedir. Vahid zamanda udulma aktlarının sayı da $\rho(\nu)$ və N_1 ilə mütənasibdir (N_1 aşağı səviyyədəki zərrəciklərin sayıdır). $dN_1/dt = -N_1\rho(\nu)B_{12}$, B_{12} -udulma üçün Eynşteyn əmsalı, $d\rho = \rho(\nu)d\nu$ isə elektromaqnit sahəsinin $\nu \div \nu + d\nu$ tezlik intervalında enerji sıxlığıdır. Termodinamik tarazlıq halında yuxarı enerji səviyyəsindən aşağı enerji səviyyəsinə keçidlərin sayı aşağı səviyyədən yuxarı səviyyəyə baş verən keçidlərin sayına bərabərdir, yəni

$$N_2[A_{21} + \rho(\nu)B_{21}] = N_1\rho(\nu)B_{12}.$$

Burada $A_{21} \cdot N_2$ - vahid zamanda spontan keçidlərin sayıdır. Bu tənlikdən

$$\rho(\nu) = \frac{A_{21}}{B_{12}N_1/N_2 - B_{21}} \quad (3)$$

alırıq.

Termodinamik tarazlıq halında enerji səviyyələrinə görə Bolsman paylanma qanununu

$$N_2/N_1 = (g_2/g_1) \exp\left(-\frac{W_2 - W_1}{kT}\right) \quad (4)$$

nəzərə alsaq, yaza bilərik

$$\rho(\nu) = \frac{A_{21}}{B_{12} \frac{g_1}{g_2} \exp\left(-\frac{W_1 - W_2}{kT}\right) - B_{21}}. \quad (5)$$

2.1 Plank və Bolsman düsturlarından istifadə etməklə Eynşteyn əmsalları A_{21} , B_{12} və B_{21} arasındakı əlaqəni tapın: optik oblastda dalğa uzunluğu $\lambda = 500$ nm olduqda, A_{21} -i B_{21} vasitəsilə qiymətləndirin.

2.2 Məcburi şüalanmanın ehtimalının spontan (özbaşına) şüalanmanın ehtimalına nisbətini rəqs növündəki (modadakı) kvantların orta sayına bərabər olduğunu göstərin. Məcburi və spontan şüalanmalarının ehtimalları bərabər olduqda optik oblastda ($\nu = 6 \cdot 10^{14}$ Hz) T temperaturu nəyə bərabər olar?

3. $\rho(\nu)$ enerjinin spektral sıxlığını ρ_λ ilə ifadə etmək olar. $\rho_\lambda d\lambda$ - dalğa uzunluğu $\lambda \div \lambda + d\lambda$ intervalında elektromaqnit şüalanmanın enerjisinin spektral sıxlığını ifadə edir. ρ_λ və $\rho(\nu)$ arasındakı münasibəti tapın.

4. $\rho(\nu)d\nu = -\rho(\lambda)d\lambda$ olduğunu nəzərə almaqla, Plank düsturunun λ dalğa uzunluğundan asılılığını tapın. Göstərin ki, Plank düsturu

a) $\rho(\lambda) = \lambda^{-5} f(1/\lambda T)$ şəklini alır,

b) Stefan – Bolsman qanununu ödəyir
 $\rho = \int \rho(\lambda) d\lambda = \text{const} \cdot T^4$,

c) Vin qanununu ödəyir: $\lambda_{\max} T = \text{const}$.

5. Göstərin ki, kiçik tezliklərdə Plank düsturu Reley-Cins ifadəsinə çevrilməlidir. Yüksək tezliklərdə Plank düsturu hansı şəkə düşür?

6.** Atomun həyəcanlanmış səviyyədə orta yaşama müddətini (τ_{21}) analitik olaraq qiymətləndirin. Optik oblastda A_{21} ($A_{21} = 1/\tau_{21}$) hansı tərtibli kəmiyyətdir? Hesab edin ki, ikisəviyyəli sistemin keçid tezliyi ν_{12} , rəqs edən dipolun ν_0 tezliyinə uyğundur. Bu, spontan şüalanmanın klassik analoqudur. Nəzərə alın ki, rəqs edən elektronun şüalanmasının gücü $P_r = \frac{nd^2}{12\pi\epsilon_0 c^3}$, burada $d = e r_0$ ifadəsi dipolun amplitud qiyməti, ϵ_0 - elektrik sabiti, c - işığın vakuumdakı sürəti, n - mühitin sındırılma əmsalıdır.

7.** Xarici monoxromatik sahənin atom ossilyatoruna təsirini təhlil edin. Xarici sahənin təsiri nəticəsində atom məcburi rəqs edir və şüalandırır. Bu da məcburi şüalanmanın klassik analoqudur. Tələb olunur:

a) Atomun elektrik dipol momentini hesablayın.

b) $E = E_0 \cos \nu t$ - monoxromatik dalğanın təsiri ilə şüalandırılan dalğanın gücünü tapın.

c) $\nu_0^2 \gg \nu^2$ çox böyük və ya $\lambda_0^2 \ll \lambda^2$ olduqda atomun dipol momentinin və şüalandırılan dalğanın gücünü tapın. Göstərin ki, səpilən dalğanın intensivliyi $\sim \lambda^{-4}$ -ilə mütənasibdir (λ - düşən və səpilən dalğanın uzunluğudur). Göyün mavi rəngli olmasını izah edin.

8*. Hissəciklərin impulsu (hərəkət miqdarı) və uyğun koordinatı arasındakı Heyzenberq qeyri-müəyyənlik münasibətindən

istifadə edərək hidrogen atomunun əsas səviyyəsinin enerjisini və enini tapın. Bilirik ki, $\Delta p \cdot \Delta r \sim \hbar$; $\Delta W \cdot \Delta t \sim \hbar$ tərtibindədir.

9.** Spektrın eninin şüalanmanın gücündən asılılığını tapın. Bu asılılıq lazer şüalanması spektrinin eninin azalmasına (daralmasına) gətirir.

10.** Eksponensial sönən harmonik ossilyatorun (dipolun) klassik modelindən istifadə edərək, təbii halda şüalanmanın spektral xəttinin düsturunu alın. Bunun üçün Fyurje çevrilməsindən istifadə etməli:

$$g(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-i\omega t} dt,$$

$$f(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} g(\omega) e^{i\omega t} d\omega.$$

Spektral xəttin təbii genişlənməsini

a) klassik elektrodinamikanın

b) kvant mexanikanın

köməyi ilə izah edin.

11. Toqquşma nəticəsində spektral xəttin eninin genişlənməsi halı üçün spektral xəttin formasını tapın. Spektrin bircinsli genişlənməsi zamanı təbii və toqquşma enlərini ayrı-ayrılıqda

qiymətləndirin. Bunun üçün $\bar{v} = \sqrt{8kT/\pi M}$, $\bar{\ell} = \frac{1}{4\pi a^2 n}$

düsturlarından istifadə etməli. Burada M - atomun kütləsi, a - atomun radiusu, n - vahid həcmdəki atomların sayı, $\bar{v}$ - atomun orta istilik sürəti, $\bar{\ell}$ - sərbəst qaçış yolunun orta uzunluğudur.

12. Spektrın Dopler genişlənməsi üçün spektral xəttin formasını tapın. Dalğa uzunluğu $\lambda = 0.63$ mkm olan He-Ne lazerin şüalanmasının spektral eninə, qeyri-bircins genişlənməsinin təsirini qiymətləndirin. Bunun üçün hissəciklərin sürətlərinə görə Maksvelin paylanmasıdan istifadə etməli,

$$dN = \sqrt{\frac{m}{2\pi kT}} \exp\left(-\frac{mv^2}{2kT}\right) dv.$$

13. $\vec{H}$ maqnit sahəsində $\vec{\mu}$ maqnit momentinin hərəkətinə klassik nöqteyi-nəzərdən baxaq. Məlumdur ki, $\vec{\mu}$ -nin hərəkət tənliyi

$$\frac{d\vec{\mu}}{dt} = \gamma [\vec{\mu}, \vec{H}],$$

burada $\gamma = \frac{2\pi\vec{\mu}}{\xi h}$ qiromaqnit, ξ isə mexaniki momentlərdir.

Fırlanan koordinat sisteminə keçək. Bu sistemdə ixtiyari vektor üçün yazmaq olar:

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \frac{d\vec{L}'}{dt} + [\vec{\Omega}, \vec{L}].$$

Burada $\frac{d\vec{L}'}{dt}$ - $\vec{L}$ vektorunun $\vec{\Omega}$ bucaq sürətilə fırlanan koordinat sisteminə dəyişmə sürətidir. Bunu $\vec{\mu}$ vektoruna tətbiq etsək alırıq:

$$\frac{d\vec{\mu}}{dt} = \frac{d\vec{\mu}'}{dt} + [\vec{\Omega}, \vec{\mu}].$$

Bəzi çevrilmələrdən sonra fırlanan koordinat sisteminə $\vec{\mu}$ -nin hərəkət tənliyi üçün alırıq:

$$\frac{d\vec{\mu}'}{dt} = \frac{d\vec{\mu}}{dt} - [\vec{\Omega}, \vec{\mu}] = \gamma [\vec{\mu}, \vec{H}] + [\vec{\mu}, \vec{\Omega}] =$$

$$[\vec{\mu}, \gamma \vec{H}] + [\vec{\mu}, \vec{\Omega}] = \left[\vec{\mu}, \gamma \left(\vec{H} + \frac{\vec{\Omega}}{\gamma} \right) \right] = \gamma \left[\vec{\mu}, \vec{H} + \frac{\vec{\Omega}}{\gamma} \right]$$

Bu tənliyi hərəkətsiz koordinat sistemindən aldığımız tənliklə müqayisə etsək görürük ki, indi aldığımız tənlikdə $\vec{H}$ vektorunun yerinə onun effektiv qiyməti $\vec{H}_{eff} = \vec{H} + \frac{\vec{\Omega}}{\gamma}$ durur.

z oxuna paralel sabit $\vec{H}_o$ sahəsində $\vec{\mu}$ maqnit momentinin presessiyasına nəzər salaq. Hərəkətdə olmayan koordinat sistemində $\vec{H}_o$ vektorunun komponentləri: $H_x = 0, H_y = 0, H_z = H_o$ -dır. $\vec{\Omega}$ - vektorunun komponentləri isə $\{\vec{i}0, \vec{j}0, \vec{k}\Omega\}$, yəni bucaq sürəti vektoru z oxuna paraleldir.

Fırlanan koordinat sistemində: $\vec{H}_o - \{\vec{i} \cdot 0, \vec{j} \cdot 0, \vec{k}H_o\}$ və $\vec{\Omega} - \{\vec{i}0, \vec{j}0, \vec{k}\Omega\}$ olduğundan

$$\vec{H}_{eff} = \vec{H} + \frac{\vec{\Omega}}{\gamma} = \vec{H}_o + \frac{\vec{\Omega}}{\gamma} = \left\{ \vec{i} \cdot 0, \vec{j} \cdot 0, \vec{k}(H_o - \frac{\Omega}{\gamma}) \right\},$$

Əgər $H_o = \frac{\Omega}{\gamma}$ şərti ödənilirsə, $\vec{H}_{o\,eff} = 0$ olar. Onda, $\frac{d\vec{\mu}}{dt} = 0$ bərabərliyindən $\vec{\mu} = const.$ alırıq. Beləliklə, $\Omega = \gamma H_o = \Omega_o$ sürəti ilə fırlanan koordinat sistemindəki müşahidəçiyə görə $\vec{\mu}$ hərəkətsizdir. Bu onu göstərir ki, sabit maqnit sahəsində $\vec{H}_o$, $\vec{\mu}$ vektoru sahə istiqaməti ətrafında $\Omega_o = \gamma H_o$ bucaq tezliyi ilə presessiyaya uğrayır. Bu -bucaq tezliyi larmor tezliyi adlanır.

13.1 Sabit $\vec{H}_o$ maqnit sahəsində sabit $\vec{\mu}$ maqnit momentinin hərəkətini öyrənərkən $\frac{d\vec{\mu}}{dt} = \gamma[\vec{\mu}, \vec{H}_o]$ tənliyini həll etmək üçün $\vec{H}_o$ sahəsinin ətrafında Larmor tezliyi ilə fırlanan koordinat sistemə keçirlər. Bu sistemdə $(\frac{d\vec{\mu}}{dt})_{rot} = 0$, yəni $\vec{\mu}$ - sabitdir ($\vec{\mu} = const.$). Buradan alınır ki, maqnit momenti $\vec{\mu}$,

$\vec{H}_o$ sahəsinin istiqaməti ətrafında Larmor tezliyi ilə fırlanır. Fırlanan koordinat sistemə keçmədən birbaşa differensial tənliyi həll edərək həmin nəticəni alın.

13.2** Blox tənliyindən istifadə edərək

$$\frac{d\vec{J}}{dt} = \gamma[\vec{J}, \vec{H}] - \vec{i} \frac{J_x}{T_2} - \vec{j} \frac{J_y}{T_2} - \vec{k} \frac{J_z - J_o}{T_1}$$

(harada $\vec{M}$ - maqnitlənmə vektoru, $T_{1,2}$ - uyğun olaraq spin-qəfəs, spin-spin relaksasiya müddəti, H - maqnit sahəsinin intensivliyi, M_o - maqnit momentinin tarazlıq qiymətidir) maqnit qavrayıcılığının həqiqi χ' və xəyali χ'' hissələrinin tezlikdən asılılığını tapın.

Qeyd: Düsturun çıxarılışında xarici sahənin yavaş dəyişməsinə nəzərə alınmalıdır. $\chi'(\omega)$ və $\chi''(\omega)$ qrafiklərini qurun. Udulma xəttinin $\Delta\omega$ enini hesablayın.

14. Nüvə maqnit rezonansı zamanı elektromaqnit şüalanması ilə protonun spin halları arasında qarşılıqlı təsiri mövcuddur. Əgər maddəyə z oxu istiqamətində sabit $H = 1$ Vb/m² sahə təsir edərsə, protonun spin halının ayrılması hesabına yaranan rezonans udulma tezliyini tapın. Nəzərə alınmalıdır ki, protonun spin operatoru elektronun spin operatorundan fərqlidir.

15.** a) Yığıcı kolbanı maqnitdən hansı L məsafədə yerləşdirmək lazımdır ki, ən böyük ehtimallı ν sürətinə malik olan zərrəciklər kolbanın dəşiyinin mərkəzinə düşmüş olsun. Zərrəciklər – hidrogen kvant generatorundakı fəal zərrəciklər dəstəsindən olan hidrogen atomlarıdır. Təcrübənin sxeminə görə dəstənin nöqtəvi mənbəyi O uzunluğu ℓ olan maqnitin girişində z oxuna perpendikulyar istiqamətində $H = H_o \frac{R^2}{a^2}$ qanunu ilə dəyişir.

Zərrəciyin maqnit sahəsi ilə qarşılıqlı təsir enerjisi $W = -\vec{\mu}\vec{H}$, hansı ki yuxarı səviyyədə yerləşən həssəcik üçün $|\vec{\mu}| = -|\vec{\mu}|$.

Hesablamalar üçün aşağıdakı qiymətləri qəbul etməli:

$$\frac{|\vec{\mu}|H_o}{kT} = 10^{-3}; a = 0.5 \text{ sm}; \ell = 40 \text{ sm}.$$

b) Yuxarı və aşağı səviyyələrdə yerləşən hissəciklərin traektoriyalarını göstərin. Hissəciklərin seçilməsi necə baş verir?

16. $\text{Na}^{23}\text{Cl}^{35}$ molekulunda nüvələrin ağırlıq mərkəzlərinin arasındakı məsafəni hesablayın. Məlumdur ki, birinci yaxınlaşmada molekulun iki nöqtəvi kütlədən ibarət olduğu nəzərdə tutulur ki, onlar arasındakı məsafə dəqiq fiksə olunsun. $\text{Na}^{23}\text{Cl}^{35}$ molekulun fırlanma sabiti $B = 6.54 \cdot 10^9 \text{ Hs}$, protonun kütləsi $m_p = 1.67 \cdot 10^{-24} \text{ q}$ -dır.

17. Millimetrik diapazonunda elektromaqnit şüalanmanı gücləndirmək üçün mühit axtarıqda $T = 300 \text{ K}$ otaq temperaturunda $\text{C}^{12}\text{O}^{16}$ xətti molekulun yalnız aşağı fırlanma səviyyəsində hissəciklərin sayını hesablayırlar. Onun fırlanma sabiti $B = 58000 \text{ MHs}$, qonşu fırlanma səviyyələri arasındakı keçidə uyğun dalğa uzunluğu isə $\lambda \approx 3 \text{ mm}$ -dir. Hesablama göstərir ki, hər cüt qonşu yuxarı fırlanma səviyyələrinin hər birində hissəciklərin sayı aşağıdakı səviyyəyə görə çoxdur; $N_{j+1} > N_j$.

17.1 Buradan görünür ki, dalğa uzunluğu $\lambda \approx 3 \text{ mm}$ -ə bərabər olan şüalanma belə mühitdən keçdikdə güclənməlidir. Belə olmalıdır mı?

17.2 Səviyyələrdəki zərrəciklərin sayını hesablamaqla $N_{j+1} > N_j$ münasibətini yoxlayın.

18. İki enerji səviyyəli sistemin mənfi temperatura malik olduğunu qəbul edək. Yuxarı və aşağı səviyyələrdə hissəciklərin sayı uyğun olaraq $1 \times 10^{16} \text{ sm}^{-3}$ və $0.5 \times 10^{16} \text{ sm}^{-3}$ -dir. Yuxarı səviyyənin cırılma dərəcəsi ikidir, aşağı səviyyə isə cırılma yoxdur. Baxdığımız sistemdə

a) güclənmə
b) udulma
mövcud ola bilərmi?

19*. Aşağıda göstərilən şərtlər ödənildikdə, optik diapazon üçün üç səviyyəli sistemdə inversiya şərtini tapın:

a) $h\nu \gg kT$,
b) $\tau_3 \approx 10^{-6} \div 10^{-7} \text{ san}$,
c) $\tau_2 \approx 10^{-3} \text{ san}$,
ç) hər şeyi spontan keçidləri təyin edir, generasiya hələ başlamamışdır,
d) güclü sahə yuxarı səviyyəni doldurur.

20. Dörsəviyyəli sistem üçün inversiya şərtini alın. Sərhəd şərtləri daxilində bu sistemin üç səviyyəli sistemdən fərqi tapın və fiziki olaraq bu fərqi keyfiyyətcə izah etməli.

21. Radiodiapazonda üç səviyyəli sistemdə mühitin inversiyasının yaradılma şərtlərini tapın (spontan şüalanmanın tezliyini kiçik, şüalanmasız istilik keçidlərinin ehtimalını yüksək hesab etməli). Sistemə xarici güclü sahənin təsir etdiyini nəzərə almalı.

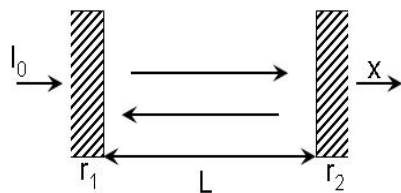
22. Faydalı iş əmsalını (f.i.ə.) tapın:

a) molekulyar CO_2 lazerinin,
b) p-n keçidinə malik yarımkeçirici injeksion lazerinin, məsələn, GaAs,
c) He-Ne lazerinin.
Bu lazerlərin faydalı iş əmsallarını müqayisə edin. Hansının f.i.ə. ən böyük və ən kiçik olduğunu qeyd edin.
Aşağıdakı hallar üçün:
a) $E_{\text{üyx.CO}_2} = 2349.16 \text{ sm}^{-1}$, $E_{\text{auCO}_2} = 1285.4 \text{ sm}^{-1}$ olduqda CO_2 lazerinin dalğa uzunluğunu tapın,
b) düz istiqamətdə p-n keçidi yaratmaq üçün tətbiq olunan gərginlik $U = 1 \text{ V}$ -dur,

- c) $E'_{Ne^{**}}=20.66$ eV, $E_{Ne^*}=18.704$ eV, $E''_{Ne^{**}}=20.368$ eV, $kT_e=7$ eV, $i_{\text{доп.ма}}=20$ mA, $U_{\text{доп.ма}}=1$ kV, $P_{\text{вых.}}=(0.1 \div 0.001)$ Вт. He-Ne lazerinin f.i.ə.-nin nəzəri qiymətindən əlavə, təcrübi qiymətini də tapın.

23. Lazerdə generasiya şərtinin və güclənmə əmsalının sərhəd qiymətlərini tapın. $r_{1,2}$

güzgülərin qaytarma əmsalları, L – rezonatorun uzunluğu, α və β isə, uyğun olaraq mühitdə güclənmə və itki əmsallarıdır.



24. Bərk cisimli lazerdə inversiyanı yaradan impuls alışıma lampasının gücünün sərhəd qiymətini tapın. Kristalda fəal hissəciklərin konsentrasiyası $n=1 \cdot 10^{19}$ hissəcik/sm³, kristalın həcmi $V=10$ sm³, yuxarı səviyyədə zərrəciklərin yaşama müddəti $\tau_{sp.}=3 \cdot 10^{-3}$ san-dir. Güclü sahənin şüalanmasının udulma zolağının orta tezliyinin qiyməti $\nu=6 \cdot 10^{14}$ Hs-ə uyğun gəlir. Lampanın f.i.ə.-ni 100% götürməli.

25. Uzunluğu $L=10$ sm olan fəal mühitin oturacaqlarındakı rezonatorun güzgülərin şüa qaytarma əmsalları $r_1=1$, $r_2=0.9$ –a bərabərdir. Lazerdə generasiya yaratmaq üçün lazım olan fəal mühitin kvant güclənmə əmsalının qiymətini tapın. Belə güzgülərə malik yaqut lazerinin generasiyasını yaratmaq üçün fəal mühitin minimal uzunluğunu müəyyən edin (hesab etməli ki, yaqutda tam inversiya yaradılıb və güclənmə əmsalı 0.3 sm⁻¹-dir).

26. Mühitdə itkini nəzərə almamaqla, yaqut lazerində xarici sahənin gücünün sərhəd qiymətini tapın. Fəal elementin uzunluğunu $L=10$ sm, çubuğun en kəsiyinin sahəsini isə $\pi d^2/4=1$ sm²,

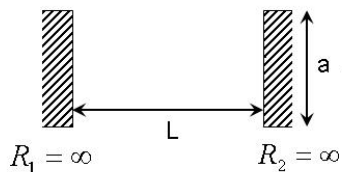
güzgülərin şüaqaytarma əmsallarını $r_1=1$, $r_2=0.6$ götürməli. Yaqut kristalının parametrləri: Cr³⁺ ionunun konsentrasiyası $n=1.6 \cdot 10^{19}$ sm⁻³, enerji səviyyələrinə görə zərrəciklərin paylanması ($T=290$ K-də): $n_{2E}=0.466 \cdot 10^{19}$ sm⁻³, $n_{4A_2}=0.405 \cdot 10^{19}$ sm⁻³, $n_{4A_2}=0.73 \cdot 10^{19}$ sm⁻³); $h\nu_{R_1} \approx \approx 2.9 \cdot 10^{-12}$ erq = $2.9 \cdot 10^{-19}$ C, $h\nu_{4A_2 \rightarrow 4F_2} = 4.2 \cdot 10^{-12}$ erq = $4.2 \cdot 10^{-19}$ C, $A_{21}=300$ san⁻¹, f.i.ə. = 1, səviyyələrin cırlaşması $g_{2E}=2$, $g_{4A_2}=4$.

27. Yaqut lazerinin yuxarı işçi səviyyəsinin 2E zərrəciklərinin sayının sərhəd qiymətini $N_{2, \text{ср.м.д.}}$ və güclü sahənin enerjisinin minimal qiymətini tapın.

- 28**. Müstəvi güzgülü Fabri-Pero rezonatorunda fotonun yaşama müddətini τ_p və rezonatorun keyfiyyətliyini Q_p hesablayın. Güzgülər arasındakı məsafə $L=1$ m-dir. Rezonatorda qarşı-qarşıya yayılan iki müstəvi dalğanın ($\lambda=0.6$ mkm) qarşılıqlı təsiri zamanı rezonatorunda TEM_{00q} əsas rəqs növü yaranır. Rezonatoru dolduran mühitin zəif udduğunu qəbul etməli (udulma əmsalı $\beta=0.001$ sm⁻¹), $r_1=r_2=95\%$ götürməli. Güzgülərin ölçüsü şüanın diametrindən çox böyük olduğundan, difraksiya itkilərini nəzərə almamalı.

29. Optik rezonatorun güzgülərinin şüa qaytarma əmsalları $R_1=\infty$, $R_2=100$ sm, güzgülər arasındakı məsafə $L=50$ sm olduqda:
a) boş rezonatorun eninə tipli TEM₀₁ rəqsinin birinci tərtib tezliyi ilə əsas tipli TEM₀₀ rəqsinin tezliyi arasındakı fərqi qiymətləndirin,
b) rezonatorun növünü müəyyən edir,
c) rezonator daxilində sahənin paylanması necə olar?

30. Dairəvi formalı müstəvi güzgülərə malik rezonatorunda əsas TEM_{00} və eninə TEM_{01} modalar üçün difraksiya itkini müəyyən edin. Hesablamada $L=100$ sm, $\lambda=0.63$ mkm, güzgülərin apertur ölçülərini 0.5 sm götürün. $\lambda_0^{(1)} \approx 2.40$;



$\lambda_1^{(1)} \approx 3.83$ qəbul etməli. Belə növ rezonator g-diaqramının hansı nöqtəsinə uyğun gəlir?

- 31*. Çıxış gücünə malik olan lazer rezonatorunda ($r_1 = r_2$) güzgülərin şüa buraxma əmsallarının optimal qiymətlərini T_{opt} tapmalı. Bir gediş üçün güclənmə əmsalını α_0 , itki əmsalını β götürməli. Difraksiya itkilərini nəzərə almayın. Rezonatorun parametrləri: $L=10$ sm, $\alpha_0=0.1$ sm⁻¹, $\beta=0.01$ sm⁻¹. Fəal mühitin bütün rezonatoru doldurulduğunu nəzərə almalı.

32. Konfokal rezonatorun əsas tipli rəqs dəstəsinin səpilmə bucağını tapın. Hesablamada $\lambda=1$ mkm, $L=R_1=-R_2=2$ m götürməli. Difraksiya effektlərini kiçik və güzgülərin apertur ölçülərini böyük hesab etməli.

MƏSƏLƏLƏRİN HƏLLİ

1.1 Cisim və mühit arasındakı istilik tarazlığı şərtində Bolsman paylanmasına əsasən aşağıdakı münasibəti yazmaq olar

$$N_i = \frac{N_0 g_i \exp(-W_i / kT)}{\sum_i g_i \exp(-W_i / kT)},$$

burada k , i enerji səviyyəsinin nömrəsini göstərir (şəklə baxın). Məsələn, birinci səviyyə üçün

$$N_1 = \frac{N_0 g_1 \exp(-W_1 / kT)}{\sum_i g_i \exp(-W_i / kT)}.$$

Şəkildən görünür ki, səviyyənin enerjisi böyüdükcə səviyyədəki hissəciklərin sayı azalır. Temperaturun artması ilə yuxarı səviyyədə hissəciklərin sayı çoxalır, ancaq aşağı səviyyədəki hissəciklərin sayından kiçik olaraq qalır (şəkildəki ayrıləri müqayisə edin).

İki səviyyədəki hissəciklərin nisbəti

$$N_2 / N_1 = \exp[-(W_2 - W_1) / kT]$$

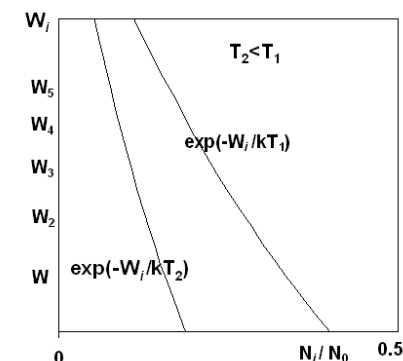
olur.

$$\Delta W_{21} = W_2 - W_1 = h\nu$$

olduğu üçün alırıq ki,

$$N_2 / N_1 = \exp(-h\nu / kT) \approx \exp(-100) \ll 1, \text{ yəni } N_2 \ll N_1.$$

Nəticə: Tarazlıq halında aşağı səviyyədə hissəciklərin sayı yuxarı səviyyədəkindən həmişə çox olur. Buna görə də, adətən, maddə şüalanmanı gücləndirmir, udur. Maddə tərəfindən şüalanmanı



gücləndirilməsi üçün onun istilik tarazlıq halını pozmaq lazımdır ki, heç olmasa bir cüt səviyyədə $N_2 > N_1$ şərti ödənilsin.

1.2 $N_2 / N_1 = \exp[-(W_2 - W_1) / kT] = \exp(-\frac{h\nu}{kT}) = e^{-1}$, $\nu = kT / h = 0.77 \cdot 10^{13}$ Hz. $\lambda = c / \nu = 3.9 \cdot 10^{-3}$ sm ≈ 40 mkm, hansı ki, submillimetrlik dalğa oblastına daxildir. Məlumat üçün: CO₂ lazerin şüalanması $\lambda = 10.6$ mkm –də, H₂O buxarı 118 mkm –də, HBr molekulları 30 mkm –də baş verir.

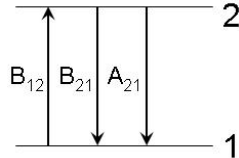
Nəticə: Lazerlərdə, adətən, işçi səviyyələri arasında $W_2 - W_1 \gg kT$ və Bolsman statistikasına əsasən termodinamik tarazlıq halında bütün atomlar əsas halda olur. Neodim optik generatorunda $T \leq 500$ K temperaturunda $\Delta W_{21} \gg kT$, buna görə də bu lazerlər otaq temperaturunda işləyir və aşağı temperatura qədər soyudulmağa ehtiyac yoxdur.

2.1. Plank düsturuna görə

$$\rho(\nu) = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} \frac{h\nu}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1}, \quad (1)$$

Eynşteynə görə isə

$$\rho(\nu) = \frac{A_{21}}{\frac{g_1}{g_2} B_{12} \exp\left(-\frac{W_1 - W_2}{kT}\right) - B_{21}}. \quad (2)$$



$T \rightarrow \infty$ olduqda (1)-ə əsasən $\rho(\nu)$ sonsuz artdığı üçün (2) ifadəsinin məxrəcini sıfıra bərabər götürmək olar. Onda

$$B_{12} \frac{g_1}{g_2} \exp\left(-\frac{W_1 - W_2}{kT}\right) = B_{21}.$$

Bu halda

$$\exp\left(-\frac{W_1 - W_2}{kT}\right) = 1,$$

olduğu üçün alırıq:

$$B_{12} \frac{g_1}{g_2} = B_{21}.$$

(1) və (2) ifadələrinin müqayisəsindən alırıq:

$$A_{21} / B_{21} = 8\pi\nu^3 h / c^3.$$

Buradan

$$B_{21} = c^3 A_{21} / 8\pi h \nu^3, \text{ a } A_{21} = 8\pi h \nu^3 B_{21} / c^3 = 1.66 \cdot 10^{-15} B_{21}.$$

Bu münasibətə baxmayaraq, optik diapazonda spontan keçidlər məcburi keçidlərdən sayca üstündür, belə ki, $T = 300$ K temperaturunda enerjinin $\rho(\nu)$ spektral sıxlığı böyük deyil, məcburi keçidin ehtimalı isə $\rho(\nu) B_{21} dt$ -ilə mütənasibdir. Buradan, $h\nu / kT = 100$ olduğu halda $\rho(\nu) B_{21} / A_{21} = \rho(\nu) / 10^{-15} = e^{-100} \approx 10^{-7}$.

2.2 $A_{21} = 8\pi h \nu^3 B_{21} / c^3$ (əvvəlki məsələyə baxın). Buradan $A_{21} / B_{21} = (8\pi\nu^2 / c^3) h\nu$. Plank düsturuna əsasən

$$\rho(\nu) = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} \frac{h\nu}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1}.$$

Müqayisədən alırıq: $A_{21} / [\rho(\nu) B_{21}] = e^{h\nu / kT} - 1$. Hər iki keçidin ehtimalı eynidir, yəni optik diapazonda $T \sim 10^4$ K temperaturunda $A_{21} = \rho(\nu) B_{21}$.

Temperaturu dəqiq qiymətləndirək: $h\nu / kT \approx \ln 2$ münasibətindən, $T \approx 28 \cdot 10^3 / \ln 2$ alırıq.

Beləliklə, $T \approx 28000$ K temperaturunda ehtimallar eynidir. Digər tərəfdən bu,

$$A_{21} / [\rho(\nu) B_{21}] = e^{h\nu / kT} - 1.$$

şərtinə uyğundur. Burada $\bar{\varepsilon} / h\nu = \bar{n}$, $\bar{\varepsilon} = h\nu / (e^{h\nu / kT} - 1)$ bir sərbəstlik dərəcəsinə düşən orta enerji, $\bar{n}$ bir modada kvantların orta sayıdır. Başqa sözlə ehtimalların bərabərliyi halında, yəni $A_{21} = \rho(\nu) B_{21}$, $\bar{n} = 1$ olduqda, baxılan ehtimalların bərabərliyi hər modada bir kvant enerjisinin olması şərtidir.

3. Tərifə görə, $\rho(\nu)$ - $d\nu$ tezlik intervalında şüalanan enerjinin sıxlığı, $d\lambda$ isə $d\nu$ -yə uyğun dalğa uzunluğu intervalıdır. $\lambda\nu = c$, ifadəsini differensiallayaq: $\nu d\lambda + \lambda d\nu = 0$. Onda,

$$\rho(\nu) d\nu = -\rho(\nu) \frac{\nu d\lambda}{\lambda} = -\rho(\nu) \frac{c}{\lambda^2} d\lambda = -\rho(\lambda) d\lambda$$

olar.

$$\text{Buradan, } \rho(\nu) = \frac{\lambda^2}{c} \rho(\lambda), \text{ yaxud } \rho(\lambda) = \frac{c}{\lambda^2} \rho(\nu) \text{ olur.}$$

$$\begin{aligned} 4. a) \quad \rho(\lambda, T) &= \frac{\nu}{\lambda} \rho(\nu) = \frac{\nu}{\lambda} \frac{8\pi h\nu^3}{c^3} \frac{1}{e^{h\nu / kT} - 1} = \\ &= \frac{8\pi hc}{\lambda^5} \frac{1}{e^{hc / kT\lambda} - 1} = \lambda^{-5} \cdot f(1 / \lambda T). \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b) \quad \rho &= \int_0^\infty \rho(\lambda, T) d\lambda = \frac{8\pi k^4 T^4}{h^3 c^3} \int_0^\infty \frac{x^3 dx}{e^x - 1} \sim T^4, \quad \text{burada} \quad x = hc / kT\lambda, \\ dx &= -hcd\lambda / kT\lambda^2. \end{aligned}$$

Bu, Stefan-Bolsman qanunudur. Bu qanuna görə enerjinin tam həcmi sıxlığı ρ temperaturun dördüncü dərəcəsi ilə mütənasibdir; $\rho \sim T^4$.

c) Verilmiş T temperaturunda $\rho(\lambda, T)$ -nin maksimum qiyməti $\rho(\lambda, T)$ -nin məxrəcinin minimumuna uyğun $\lambda_{\max}$ -da olur, yəni $a(e^x - 1) / x^5 = \min$, burada $hc / kT\lambda = a$, $x = hc / kT\lambda$. Bu ifadənin

ekstremumu $x = hc / kT\lambda_{\max} = \text{const.}$ şərtindən təyin olunur, yəni $\lambda_{\max} T = \text{const.}$, bu isə Vin qanunudur. Bu qanuna əsasən enerjinin tarazlı şüalanma spektrində maksimum enerji $\lambda_{\max}$ dalğa uzunluğuna uyğun gəlir, harada ki, $\lambda_{\max}$ cismin şüalanma temperaturu ilə tərs mütənasibdir; $\lambda_{\max} \sim \frac{1}{T}$.

5. Plank düsturunda

$$\rho(\nu) = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} \frac{h\nu}{e^{h\nu / kT} - 1}$$

kiçik tezliklər üçün ($h\nu \ll kT$) eksponensial funksiyanı sıraya ayıraraq birinci iki həddini götürsək, alırıq:

$$\rho(\nu) = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} \frac{h\nu}{1 + h\nu / kT - 1} = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} kT.$$

Bu ifadə Reley-Cins qanunudur və təcrübi kiçik ν -lər (spektrin uzun dalğalı oblastında) üçün doğrudur. Tezlik böyüdükcə bu qanuna uyğun olaraq enerji uzaq ultrabənövşəyi oblastda böyük qiymətlər alır ("ultrabənövşəyi fəlakətə" gətirir). Bu, qanunun enerjinin bərabər paylanması fərziyyəsi ilə bağlıdır.

Yüksək tezliklər üçün ($h\nu \gg kT$) Plank düsturu

$$\rho(\nu) = \frac{8\pi h\nu^3}{c^3} e^{-h\nu / kT}$$

olur. Alınan ifadə Vin qanununu əks etdirir.

6. Spontan şüalanma hadisəsinə yarımklassik nöqtəyi-nəzərdən baxaq. Bu baxışda ν_0 keçid tezlikli iki səviyyəli atom sistemi ilə həmin ν_0 tezliyində ossilyasiya edən (eksponensial sönən) klassik elektrik dipolu arasındakı analogiyadan istifadə olunur. Klassik nöqtəyi-nəzərdən atom modelinə baxaq. Atomla elastiki bağlı m_e kütləli və $\bar{e}$ elektrik yüklü elektron öz tarazlıq vəziyyəti ətrafında

ν_0 məxsusi tezliyi ilə rəqs edir, yəni ossilyasiya edən dipola (iki əks yüklü sistemdə biri o biri ətrafında ν_0 tezliyi ilə rəqs edən) baxırıq. Burada $h\nu_0 = W$. Belə ossilyasiyator elektrik dipol momentinə malikdir. Müsbət yükü fiksə olunmuş hesab etsək, bu yüklə bağlı olan koordinat sistemində mənfi yükün koordinatını aşağıdakı kimi yazmaq olar

$$\vec{r} = \vec{r}_0 \cos(\nu_0 t + \varphi).$$

Dipol momenti isə $\vec{d} = e\vec{r}$. Tarazlıq vəziyyəti ətrafında atomun hərəkət tənliyini yazmaq:

$$m_e \ddot{r} = -kr - \gamma' \dot{r},$$

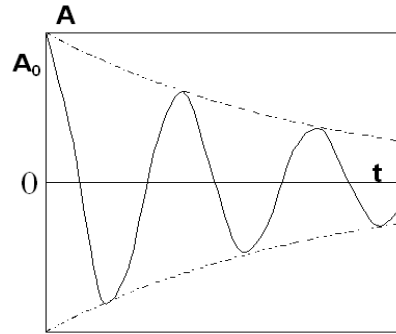
burada k - kvazielastik sabiti, γ' - sürtünmə əmsalıdır.

$$\ddot{r} = -\frac{k}{m_e} r - \gamma' \frac{\dot{r}}{m_e},$$

$$k/m_e = \nu_0^2, \quad \gamma'/m = \gamma.$$

$$\ddot{d} = e\ddot{r} = e\nu_0^2 r = \nu_0^2 d,$$

$$\ddot{r} = -\nu_0^2 r.$$



Harmonik ossilyatorun tənliyi aşağıdakı kimidir.

$$\ddot{r} + \nu_0^2 r + \gamma \dot{r} = 0.$$

Tənliyin həlli ilə aşağıdakı şəkildə olur:

$$r = Ae^{-\gamma t/2} \cos(\omega t + \delta).$$

Ossilyatorun W enerjisi $\sim A^2$ olduğu üçün belə ifadə oluna bilər: $W = W_0 e^{-\gamma t} = W_0 e^{-t/\tau}$, yəni ossilyatorun enerjisi xarakterik τ zamanı ilə eksponensial sönür. Ossilyatorun rəqsi təmiz sinusoidal

deyil, sinusoidal və eyni zamanda eksponensial sönür (bax şəklə). Maksvel tənliklərinə əsasən təcillə hərəkət edən elektrik yükü intensivliyi təcilin kvadratına mütənasib olan elektromaqnit dalgaları şüalandırır. Elektronun rəqsi hərəkəti zamanı onun şüalanma gücü

$$P_r = \frac{n \ddot{d}^2}{12\pi\epsilon_0 c^3} = \frac{nd^2 \omega_0^4}{12\pi\epsilon_0 c^3},$$

burada d -dipolun amplitud qiyməti, $d = er_0$, n -dipolun yerləşdiyi mühitin sındırma əmsalı, c işığın vakuumdakı sürətidir. Ossilyasiya edən elektronun W tam enerjisinin orta qiyməti

$$\langle W \rangle = \left\langle \frac{m_e v_e^2}{2} \right\rangle + \langle \text{potensial enerji} \rangle$$

şəklində təyin olunur.

Potensial enerji isə

$$U(r) = kr^2 / 2 = m_e \omega_0^2 r^2 / 2 = m_e v_e^2 / 2.$$

Bunlar bərabər olduğu üçün

$$\langle W \rangle = 2 \left\langle \frac{m_e v_e^2}{2} \right\rangle = \langle m_e v_e^2 \rangle = m_e \langle v_e^2 \rangle = m_e v_e^2 / 2,$$

harada ki,

$$\dot{r} = v = -\omega_0 r = -\omega_0 d / e.$$

Nəticədə

$$\langle W \rangle = m_e v_e^2 / 2 = m_e (\omega_0 d / e)^2.$$

dt zaman müddətində ossilyator $dW = -W dt / \tau$ [$W = W_0 \exp(-t/\tau)$] enerjisini itirir. Bu səbəbdən alırıq ki, $W / \tau = P_r$ və yaxud

$$\tau = W / P_r = \frac{\frac{m_e}{2} (\omega_0 d / e)^2}{nd^2 \omega_0^4 / 12\pi\epsilon_0 c^3} = \frac{6m_e \pi \epsilon_0 c^3}{\omega_0^2 e^2 n}.$$

Dipol şüalandırdığı üçün rəqslərinin r_0 amplitudu, həmçinin dipol momentinin d amplitudu zaman keçdikcə kiçilir (bax şəklə). Amma τ sabit qalır, çünki d -dən asılı deyil. Deməli, ossilyatorun W enerjisi τ sabitlə azalır (τ ossilyasiya edən dipolun yaşama müddətidir). Aparılan təhlilə görə $\tau = \tau_{sp}$.

Kvant mexaniki baxış aşağıdakı ifadəni verir.

$$\tau_{sp} = \frac{3\pi\hbar\epsilon_0 c^3}{\omega_0^3 n |d|^2}.$$

Bu iki ifadəni müqayisə etsək

$$\tau / \tau_{cn} = 2m\omega_0 |d|^2 / (e^2 \hbar / 2\pi)$$

alırıq. Bu nisbəti qiymətləndirək. $|d| = ea$, harada, a - atom radiusudur ($a \sim 10^{-8}$ sm). $\omega_0 = 2\pi\nu_0$ olduğunu nəzərə alsaq, nisbət $\tau / \tau_{sp} \approx 1$ olar.

τ_{sp} -nin ədədi qiymətləndirilməsindən klassik baxışdan alınmış nəticəyə gəlmək olar. Aşağıdakı ifadədən

$$\tau = \frac{6m_e \pi \epsilon_0 c^3}{\omega_0^2 e^2 n},$$

(harada, m_e - elektronun kütləsi, e - elektronun yükü, $n \sim 1$) alırıq ki, $\tau \sim (10^{-7} \div 10^{-8})$ san. Buradan elektrik dipol keçidlərinin ehtimalı üçün $A \sim (10^7 \div 10^8)$ san⁻¹ alınır.

Maqnit dipol keçidləri üçün A -nın qiyməti 10^5 dəfə kiçikdir, yəni $\sim 10^3$ c⁻¹ təşkil edir.

τ_{sp} -nin ifadəsindən spontan şüalanmanın kvantmexaniki təbiəti görünür: $A = 1/\tau_{sp} \sim |d|^2$. Keçidin ehtimalı keçidin dipol matris elementi ilə təyin olunur. Əgər dipol momentinin matris elementi kiçikdirsə, keçid qadağan olunur və ya əksinə.

Analoji olaraq demək olar ki, $r \rightarrow k$ kvant keçidinin optik xassələri uyğun ossilyatorun optik xassələri ilə üst-üstə düşür.

Əgər hesab etsək ki, dipol momentinin amplitudu kvant mexanikası qanunları ilə təyin olunur, bu zaman nəticələr kəmiyyətcə üst-üstə düşür. Doğrudan da

$$\langle d_{ik} \rangle = e \int r \psi_i \psi_k^* dV,$$

burada $\psi_j \sim \exp(i2\pi W_j t / \hbar)$ və alırıq ki $\psi_i \psi_k^*$ zamandan asılı deyil.

7. $E = E_m \sin \omega t$ xarici sahəsinin (qüvvəsinin) təsiri altında ossilyatorun tənliyi aşağıdakı kimidir:

$$\ddot{r} + m \ddot{r} + m \omega_0^2 r = F_{xarici} = e E_m \sin \omega t.$$

Elektrik sahəsinin intensivliyi sinusoidal olduğu üçün əvəzləmələr aparaq: kompleks şəkildə $E = E_m e^{i\omega t}$, r -xarici sahənin təsiri ilə dəyişir: $r = r_m e^{i(\varphi + \omega t)}$, burada φ -məxsusi rəqslərin fazasıdır.

Buradan

$$\ddot{r} + \omega_0^2 r + \gamma \dot{r} = F_{xarici} = e E_m \sin \omega t / m$$

$$r_m = -e E_m / m(\omega_0^2 - \omega^2 + i\gamma\omega),$$

harada $\ddot{d} = \omega^2 d$.

Buradan

a) İnduksiya olunmuş elektrik dipol momenti kompleks amplituda malikdir:

$$d_m = -e r_m = \frac{e^2 E_m}{m(\omega_0^2 - \omega^2 + i\gamma\omega)},$$

Dipol momentinin modulu isə

$$d_m = e^2 E_m / m \sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \gamma^2 \omega^2}.$$

b) Şüalanma gücü

$$P_r = \frac{n d^2 \omega^4}{12\pi \epsilon_0 c^3} = \frac{n \omega^4}{12\pi \epsilon_0 c^3} \frac{e^4 E_m^2}{m^2 [(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \gamma^2 \omega^2]}.$$

c) Əgər $\omega_0^2 \gg \omega^2$, yəni məxsusi rəqslərin tezliyi məcburedici qüvvənin tezliyindən böyükdürsə

$$P_r = \frac{n\omega^4}{12\pi\epsilon_0 c^3} \frac{e^4 E_m^2}{m^2 \omega_0^4} \sim \omega^4 \sim \lambda^{-4}$$

olar. Burada səpilmə modeli belədir: düşən monoxromatik şüalanma ossilyasiya edən atomdan səpilir ($\omega_0^2 \gg \omega^2$ şərti ödənildikdə düşən və səpilən sahələrin tezlikləri eynidir).

Mavi və qırmızı işıqların səpilmə intensivliklərinin nisbəti $\sim (\lambda_{qp} / \lambda_{zoi})^4 = 9.38$. Səpilən mavi rəngin intensivliyi qırmızından 10 dəfə çoxdur, başqa sözlə səpilən şüada mavi komponent qırmızından 10 dəfə çoxdur və bu da səmanın mavi olmasını təyin edir.

8. Fərz edək ki, r - elektron və nüvə arasındakı məsafədir. r məsafəsində ($r \gg d$) elektronun W enerjisi kinetik və potensial enerjilərin cəmindən ibarətdir. Potensial enerji nöqtəvi cisimlər arasındakı Kulon qarşılıqlı təsir enerjisidir. Nüvənin cazibə enerjisi

$U = e^2 / 4\pi\epsilon_0 r$ -ə bərabərdir. Buradan

$$W = p^2 / 2m_e - e^2 / 4\pi\epsilon_0 r.$$

p və r -in ən kiçik qiymətlərində $W_{\min}$ alınır. p və r -in mümkün qiymətləri isə aşağıdan qeyri-müəyyənlik münasibətilə məhdudlanır:

$$\Delta p \cdot \Delta r \approx \hbar.$$

$\langle r \rangle$ və $\langle p \rangle$ orta qiymətləri uyğun olaraq Δr və Δp -dən az ola bilməz. Deməli, minimal orta qiymətlər üçün $\langle r \rangle_{\min} = \Delta r$, $\langle p \rangle_{\min} = \Delta p$. Qeyri-müəyyənlik münasibətini və W -ni orta qiymətlər vasitəsilə nəzərə alsaq belə yazmaq olar:

$$\langle p \rangle \cdot \langle r \rangle \approx \hbar$$

və

$$\langle W \rangle = \frac{\hbar^2}{2m_e \langle r^2 \rangle} - \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 \langle r \rangle}.$$

$\frac{\partial \langle W \rangle}{\partial \langle r_{\min} \rangle} = 0$ tənliyindən birinci Bor orbitinin radiusunu təyin edək:

$$\langle r_{\min} \rangle = \epsilon_0 \hbar^2 / \pi m_e e^2.$$

Hydrogen atomunun əsas halının enejisi

$$W_0 = \langle W_{\min} \rangle = W(\langle r_{\min} \rangle) = -m_e e^4 / 8\epsilon_0^2 \hbar^2.$$

Bu səviyyənin enini təyin edək. Qeyri-müəyyənlik prinsipinə uyğun olaraq $\Delta W_0 \sim \hbar / \tau$, harada $\tau = \Delta t$ bu səviyyədə hissəciyin yaşama müddətidir.

W_0 əsas səviyyəsi enerjinin mümkün olan ən kiçik qiymətinə, yəni sistemin (atomun) ən dayanıqlı halına uyğundursa, onda bu səviyyənin τ yaşama müddəti sonsuzluğa bərabərdir. Buradan alırıq ki, $\Delta W_0 = 0$, yəni əsas səviyyənin eni sıfırdır.

9. Qarşılıqlı təsir prosesini təhlilində, enerji səviyyələrinin eni sıfıra bərabər götürüldükdə güclənmə yalnız keçidin ν_{21} tezliyində baş

verir. $\frac{dW}{dt}$ güclənməyə mütənəşib olduğundan şüalanmanın gücü üçün aşağıdakı ifadəni alırıq:

$$\frac{dW}{dt} \sim h\nu_{21} (N_2 - \frac{g_2}{g_1} N_1) B_{21} \rho(\nu).$$

Səviyyələrin eninin nəzərə alınması spektral xəttin sonlu eninə malik olmasına, yəni şüalanma gücünün (udulmanın) tezlikdən asılılığına gətirir. Kvant mexanikası üçün spektral xətt maddənin güclənmə əmsalının tezlikdən asılılığını və gücləndirilən tezliklər zolağını xarakterizə edir.

Bu vaxta kimi istifadə edilən A_{21} , B_{21} və B_{12} Eynşteyn əmsalları, bütövlükdə mikrohissəciklərin keçid ehtimalını təsvir edir,

bu səbəbdən də onlar inteqral əmsallarıdır. Əgər tezlik paylanması baxsaq, $A_{21}(\nu)$, $B_{21}(\nu)$ və $B_{12}(\nu)$ spektral əmsallarından istifadə etmək lazımdır. Bunlar arasında aşağıdakı əlaqə mövcuddur:

$$\begin{aligned} A_{21} &= \int_{-\infty}^{+\infty} A_{21}(\nu) d\nu, \\ B_{21} &= \int_{-\infty}^{+\infty} B_{21}(\nu) d\nu, \\ B_{12} &= \int_{-\infty}^{+\infty} B_{12}(\nu) d\nu. \end{aligned}$$

Bu ifadələr hər iki növ əmsallar üçün düzgündür. Spektral xətti nəzərə almaqla sahə ilə maddə arasındakı qarşılıqlı təsirin enerji effektini təyin etmək üçün məcburi şüalanma və udulmanın spektral gücünü inteqrallamaq lazımdır. Maddə tərəfindən şüalanan və ya elektromaqnit sahəsinə verilən güc

$$\begin{aligned} P &= \int \frac{dW}{dt} = h\nu_{21} \int_{-\infty}^{\infty} \left[B_{21}(\nu) \rho(\nu) N_2 - \frac{g_2}{g_1} B_{21}(\nu) \rho(\nu) N_1 \right] d\nu = \\ &= h\nu_{21} \int_{-\infty}^{\infty} B_{21}(\nu) \rho(\nu) d\nu \left(N_2 - \frac{g_2}{g_1} N_1 \right). \end{aligned}$$

Adətən, gücləndirilən və ya generasiya olunan rəqslərin tezlik zolağının eni $\Delta\nu_{21}$ uyğun spektral xəttin $\Delta\nu$ enindən kiçikdir. Ona görə də fərz etmək olar ki, $B_{21}(\nu) = B_{21}(\nu_{21}) = \text{const.}$, burada ν_{21} - spektral xəttin mərkəzidir. Onda qarşılıqlı təsirin gücü

$$P = \int \frac{dW}{dt} = h\nu_{21} \left(N_2 - \frac{g_2}{g_1} N_1 \right) B_{21}(\nu) \rho,$$

harada ki, ρ - elektrik sahəsinin enerjisinin tam sıxlığıdır və təyininə

$$\text{görə } \rho = \int_{-\infty}^{\infty} \rho(\nu) d\nu.$$

Təcrübədə Eynşteynin inteqral əmsalları təyin olunduğuna görə $B_{21}(\nu_{21})$ -ni B_{21} vasitəsilə ifadə edək

$$B_{21} = \int_{-\infty}^{\infty} B_{21}(\nu) d\nu \approx B_{21}(\nu_{21}) \Delta\nu_{21}.$$

Nəticədə güc üçün alırıq:

$$P = h\nu_{21} \left(N_2 - \frac{g_2}{g_1} N_1 \right) B_{21} \rho / \Delta\nu_{21},$$

harada $B_{21} \rho / \Delta\nu_{21}$ -vahid zamanda baş verən məcburi keçidin ehtimalıdır.

Beləliklə, qarşılıqlı təsirin gücü $\sim 1/\Delta\nu_{21}$. İnversiya mövcud olan mühitdə elektromaqnit şüalanmanın güclənmə prosesi zamanı onun spektral tərkibi, yəni spektral xəttinin forması dəyişir. $\Delta\nu'$ tezlik intervalında baş verən şüalanma birinci dəfə mühiti keçdikdə inversiyanı ΔN qədər azaldır, yəni müəyyən tezlik intervalında yuxarı səviyyədəki hissəciklərin sayını azaldır. Şüalanmanın ən çox güclənməsi spektral xəttin maksimumu ilə üst – üstə düşən ν_{21} tezliyində baş verir. Digər tezliklər xəttin mərkəzinə nəzərən yerləşmə məsafəsindən asılı olaraq daha az güclənir. Gücləndirici mühitin ikinci, üçüncü və s. dəfə keçilməsi zamanı güclənmə mövcud olan tezlik intervalı ($\Delta\nu''$, $\Delta\nu'''$, ...) kiçilir və beləliklə, nəticədə lazer şüasının monoxromatikləşməsi baş verir.

10. Məlumdur ki, xəttin enlənməsi atomun həyəcanlanmış halda τ_{21} yaşama müddətindən asılıdır. Tərifə görə $\tau_{21} = 1/A_{21}$. Deməli, xəttin təbii eni spontan (özbaşına) şüalanmanın ehtimalı ilə təyin olunur. Xəttin təbii enlənməsi prosesinə, yəni təcrid edilmiş hissəciyin buraxdığı spontan şüalanmaya baxaq və göstərək ki, o müəyyən tezlik intervalında paylanmışdır.

Təbii spektral xəttin konturunu kvant mexanikası metodları ilə təyin etmək olar. Alınmış nəticələr ossilyasiya edən klassik dipol üçün alınmış nəticələrlə üst-üstə düşür. Klassik dipol tənliyinin məlum həlli aşağıdakı şəkildədir:

$$x = A \exp(-\gamma t / 2) \exp(i\nu_1 t),$$

burada $\nu_1^2 = \nu_0^2 - (\gamma/2)^2$, A - rəqsin ixtiyari amplitududur. Şüalanma intensivliyi $\sim A^2$ və $\tau = 1/\gamma$ zamanda intensivliyin başlanğıc qiyməti (I_0) I_0/e dəfə azalır. Kvant mexanikası baxımından τ - həyəcanlanmış halın orta yaşama müddətidir.

Sönmə prosesində klassik ossilyatorun şüalandırdığı tezlik diapazonunu təyin edək ($t > 0$). Furiye düsturundan

$$f(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} g(\omega) e^{i\omega t} d\omega$$

və

$$g(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-i\omega t} dt.$$

$f(t) = x = A \exp(-\gamma t / 2) \exp(i\omega_1 t)$ hesab edərək, alırıq:

$$\begin{aligned} g(\omega) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} A \exp(-\gamma t / 2) \exp(i\omega_1 t) e^{-i\omega t} dt = \\ &= \frac{A}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{\infty} e^{-\gamma t / 2 + i(\omega_1 - \omega)t} dt = \frac{A}{\sqrt{2\pi}} \left(\int_0^0 - \int_0^{\infty} \right). \end{aligned}$$

Birinci integralın sıfıra bərabər olduğunu nəzərə alsaq,

$$g(\omega) = -\frac{A}{\sqrt{2\pi}} \frac{1}{i(\omega_1 - \omega + i\gamma/2)} = \frac{iA}{\sqrt{2\pi}(\omega_1 - \omega + i\gamma/2)}.$$

Alınan ifadə rəqs amplitudunu təyin edir. İntensivlik üçün $I = g(\omega)g^*(\omega)$ qəbul etsək, alırıq ki,

$$I = \frac{A^2}{2\pi \left[(\omega_1 - \omega)^2 + \frac{\gamma^2}{4} \right]}.$$

İfadə simmetrik kontur verir. Spektral xəttin konturunun bu forması təbii və ya Lorents konturu adlanır.

Nəticə: a) Xəttin təbii eni, klassik elektrodinamika nöqteyi-nəzərindən təcrid olunmuş ossilyatorun hərəkətinin sürtünmə qüvvəsi (Lorents sürtünmə qüvvəsi) hesabına γ sönməsi ilə izah olunur. Burada qüvvə təcillə hərəkət edən yükün şüalanması ilə əlaqədardır.

b) Kvant mexanikası nöqteyi-nəzərindən xəttin eni τ_{21} -lə təyin olunur (məsələnin əvvəlinə baxın).

11. Real şəraitdə atom mühitdən təcrid olunmamışdır və onu əhatə edən hissəciklərlə qarşılıqlı təsirdədir. Qazlarda qarşılıqlı təsir atomların başqa atomlarla, ionlarla, sərbəst elektronlarla və s. toqquşmasından ibarətdir. Bərk cisimlərdə isə elektronun kristallik qəfəslə (düyünlərində rəqs edən atom və ya ionlar yerləşən) qarşılıqlı təsirdən ibarətdir. Digər hissəciklərin təsiri ekvivalent ossilyatorun yaşama müddətini azaldır, xəttin forması isə təcrid edilmiş atom halında olduğu kimi qalır, eni ($\Delta\nu = \gamma$) isə böyüyür.

$\gamma' = \frac{1}{\tau_{21}} + \frac{1}{\tau_{m22}}$ olduğu üçün, harada τ - toqquşmalar arasındakı

sərbəst qaçış vaxtıdır,

$$I(\nu) = \frac{I_{\max} \gamma' / 4}{(\nu - \nu_0)^2 + \gamma'^2 / 4}.$$

Beləliklə, toqquşmaların nəzərə alınması xəttin enlənməsinə gətirir. Spektral xəttin toqquşma eni və təbii eni xəttin bircins enini təşkil edir.

$$\gamma_{toqq.} = 1/\tau_{toqq.}$$

toqquşma enini qiymətləndirək. $\tau_{toqq.} = \bar{\ell} / \bar{v}$, $\bar{\ell}$ sərbəst yolunun orta uzunluğu, $\bar{v}$ atomların orta istilik sürətidir. Qazda təzyiqin kiçik

qiymətlərində molekulara diametri σ effektiv en kəsiyinə bərabər olan elastiki kürələr kimi baxılır, özü də fərz edilir ki, onlar ancaq toqquşma zamanı qarşılıqlı təsirdə olurlar. Bu yaxınlaşmada

$$\bar{\ell} = 1/\pi\sigma^2 n = kT/4\pi a^2 p,$$

harada n -vahid həcmdə hissəciklərin sayı, $p = nkT$, $a \sim 10^{-8}$ sm - atomlararası məsafədir. Buradan

$$\tau_{toqq.} = \sqrt{\pi M/8kT} \cdot kT/4\pi a^2 p = \sqrt{MkT/2\pi} \cdot (8pa^2)^{-1}$$

Ne atomu üçün qiymətləndirmə aparaq: $p = 0.5$ civə sütunu, $T = 300$ K $\tau_{toqq.} \approx 0.5 \cdot 10^{-6}$ san. Deməli, $\Delta\nu_{toqq.} \sim 2$ MHs. $\tau_{toqq.} \sim 1/p$ olduğundan, $\Delta\nu_{toqq.} \sim p$. Adətən $\Delta\nu_{toqq.} \sim (2 \div 30)$ MHs/civə sütunu olur.

Toqquşma atomun düşən elektromaqnit dalğası ilə koherent qarşılıqlı təsiri prosesini pozur. Toqquşma nəticəsində hər bir atomun və eləcə də eyni dərəcədə bütün sistemin spektral xətti genişlənir.

12. Qazı təşkil edən hissəciklər (atom, molekul, ion) ansamblını araşdıraraq. Onlar sükunət halında maksimumu ν_0 -a uyğun olan çox dar intervalda yerləşən tezliklərdə elektromaqnit dalğalarını şüalandırır ya da udurlar. Hərəkət edən atomlar üçün bu tezliklər Dopler effektinə görə sürüşür. Müşahidə olunan tezlik $\nu = \nu_0(1 \pm \frac{v}{c})$,

harada $v = \frac{\nu - \nu_0}{\nu_0} c$. Müsbət işarəsi yaxınlaşan atomlara, mənfi işarəsi isə uzaqlaşan atomlara uyğun gəlir.

$$d\nu = \nu_0 \frac{dv}{c}, dv = cd\nu/\nu_0.$$

Sürətə görə Maksvel paylanmasına uyğun olaraq

$$dN = \sqrt{\frac{m}{2\pi kT}} \exp\left(-\frac{mv^2}{2kT}\right) \cdot dv.$$

ν istiqamətində şüalanan tezliklərin $\nu \div \nu + d\nu$ intervalında olma ehtimalı

$$dN = \frac{c}{\nu_0} \sqrt{\frac{m}{2\pi kT}} e^{-\frac{m(\nu-\nu_0)^2}{2kT\nu_0^2} c^2} \cdot d\nu.$$

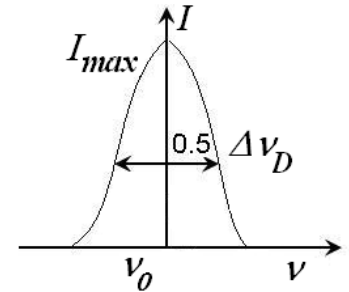
Bu dN müşahidə istiqamətində şüalanan və udan atomların ümumi sayının müəyyən hissəsidir. İntensivlik şüalanan hissəciklərin sayı ilə təxminən mütənəsis olduğu üçün

$$I(\nu) = I_0 e^{-\frac{m(\nu-\nu_0)^2}{2kT\nu_0^2} c^2} = I_{\max} e^{-\frac{m(\nu-\nu_0)^2}{2kT\nu_0^2} c^2},$$

harada I_0 $\nu = \nu_0$ tezliyinə uyğun intensivlikdir və $I = I_0 = I_{\max}$.

Spektral xəttin belə forması Qaus funksiyası ilə təsvir edilir və Dopler xətti adlanır. Xəttin $\Delta\nu_D$ eni kənar nöqtələrində intensivliyin qiymətinin $I_{\max}/2$ olan tezliklər intervalıdır.

$$\ln I/I_{\max} = \ln 2 = -\frac{m(\nu-\nu_0)^2}{2kT\nu_0^2} c^2.$$



Nəticədə xəttin eni qazın temperaturu və hərəkət edən hissəciklərin kütləsi ilə təyin edilir:

$$\Delta\nu_D = 2\nu_0 \sqrt{\frac{2kT}{mc^2} \ln 2},$$

He-Ne lazeri üçün $\Delta\nu_D$ -ni qiymətləndirək: $\lambda = 0.63$ mkm, $m_{Ne} = 10^{-24}$ q götürükdə $\Delta\nu_D = 8 \cdot 10^3$ MHs olar.

$\alpha(\nu)$ gücləndirmə əmsalı dN ilə mütənəsbdir:

$$\alpha(\nu) = \frac{2\sqrt{\ln 2}}{\sqrt{\pi}\Delta\nu_D} e^{-4\ln 2\left(\frac{\nu-\nu_0}{\Delta\nu_D}\right)^2},$$

$$\alpha = \frac{1}{I} \frac{dI}{dx} = +\alpha(\nu) = \nu_0 e^{-4\ln 2\left(\frac{\nu-\nu_0}{\Delta\nu_D}\right)^2} \approx \nu_0 e^{-\left(\frac{\nu-\nu_0}{0.6\Delta\nu_D}\right)^2}.$$

13.1. Fərz edək ki, $\vec{H}_0$ vektoru oz oxuna paraleldir.

$$\frac{d\vec{\mu}}{dt} = \gamma[\vec{\mu}, H_0]$$

tənliyindən alırıq ki,

$$\left(\frac{d\mu}{dt}\right)_x = \frac{d\mu_x}{dt} = \gamma\mu_y H_0 \sin(\mu_y \wedge H_0) = \gamma\mu_y H_0, \quad \sin(\mu_y \wedge H_0) = 1,$$

$$\left(\frac{d\mu}{dt}\right)_y = \frac{d\mu_y}{dt} = \gamma\mu_x H_0 \sin(\mu_x \wedge H_0) = -\gamma\mu_x H_0, \quad \sin(\mu_x \wedge H_0) = -1,$$

$$\left(\frac{d\mu}{dt}\right)_z = \frac{d\mu_z}{dt} = \gamma\mu_z H_0 \cdot \sin \mu_z \wedge H_0 = 0, \quad \sin \mu_z \wedge H_0 = 0.$$

$\nu_0 = \gamma H_0$ işarə edək. Onda,

$$\left(\frac{d\mu}{dt}\right)_x = \nu_0 \mu_y, \quad \left(\frac{d\mu}{dt}\right)_y = -\nu_0 \mu_x.$$

Buradan

$$\frac{d^2 \mu_x^2}{dt^2} + \nu_0^2 \mu_x = 0.$$

Tənliyin həllini bu şəkildə axtaraq:

$$\mu_x = c_1 \cos \nu_0 t + c_2 \sin \nu_0 t,$$

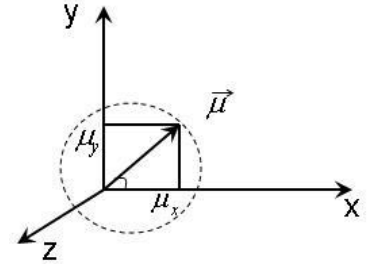
və buradan

$$\mu_y = \frac{1}{\nu_0} \frac{d\mu_x}{dt} = c_2 \cos \nu_0 t - c_1 \sin \nu_0 t.$$

μ_x, μ_y -in ifadələrindən görünür ki, $\vec{\mu}$ sabit vektorunun komponentləri $\vec{H}_0$ sahəsinin ətrafında $\nu_0 = \gamma H_0$ Larmor tezliyi ilə fırlanırlar. $\vec{\mu}$ vektorun ucu xoy müstəvisində dairə cızır. Doğrudan da,

$$\mu_x^2 + \mu_y^2 = c_1^2 + c_2^2 = const.$$

harada ki, const. başlanğıc şərtlərindən təyin edilir: $|\vec{\mu}|^2 = c_1^2 + c_2^2$.



13.2. Adətən paramaqnit rezonans nəzəriyyəsində hesab edilir ki, nümunə $\vec{H}_0$ güclü sabit maqnit sahəsində oz oxuna paralel yerləşir. $\vec{H}_0$ -a perpendikulyar xoy müstəvisində nümunəyə dairəvi polarizasiyalı yüksək tezlikli $\vec{H}_1$ sahəsi tətbiq olunub. Əgər $\vec{H}_1$ saat əqrəbi istiqamətində fırlanırsa, onda onun komponentləri aşağıdakılardır:

$$H_x = H_1 \cos \nu t,$$

$$H_y = -H_1 \sin \nu t,$$

$$H_z = H_0.$$

Komponentlər üçün yazılmış Blox tənliyində bunları nəzərə alsaq:

$$\begin{aligned}\frac{dJ_x}{dt} &= \gamma(J_y H_0 + J_z H_1 \sin \nu t) - \frac{J_x}{T_2}, \\ \frac{dJ_y}{dt} &= \gamma(J_z H_1 \cos \nu t - J_x H_0) - \frac{J_y}{T_2}, \\ \frac{dJ_z}{dt} &= \gamma(-J_x H_1 \sin \nu t - J_y H_1 \cos \nu t) + \frac{J_0 - J_z}{T_1}.\end{aligned}$$

Tərifinə görə $\vec{J} = \chi \vec{H}$, harada χ - maqnit qavrayıcılığı, $\chi = \chi' - i\chi''$ isə dinamik qavrayıcılıq ($H = \text{const.}$ olduqda qavrayıcılıq, χ_0 - statikdir).

χ' , χ'' -i tapmaq üçün Blox tənliyini həll etmək lazımdır. u və v dəyişənlərini daxil edək:

$$\begin{aligned}u &= J_x \cos \nu t - J_y \sin \nu t; \\ v &= -(J_x \sin \nu t + J_y \cos \nu t).\end{aligned}$$

Onda $J_x = u \cos \nu t - v \sin \nu t$, $J_y = -(u \sin \nu t + v \cos \nu t)$. Bu ifadələri sistemdə yerinə yazaq və $\sin \nu t$, $\cos \nu t$ -in əmsallarını sıfıra bərabərləşdirək. Onda,

$$\begin{aligned}\frac{du}{dt} + \frac{u}{T_2} + (\gamma H_0 - \nu)v &= 0, \\ \frac{dv}{dt} + \frac{v}{T_2} - (\gamma H_0 - \nu)u &= -\gamma H_1 J_2, \\ \frac{dJ_z}{dt} + \frac{J_z}{T_1} - \gamma H_1 v &= \frac{J_0}{T_1}.\end{aligned}$$

olar. $\vec{H}$ kifayət qədər yavaş dəyişdiyi üçün $\frac{du}{dt} = \frac{dv}{dt} = \frac{dJ_z}{dt} = 0$. u dəyişənini aradan çıxarıb, əvəzləmə apardıqdan sonra alırıq:

$$v = -\frac{\gamma H_1 J_2 T_2}{1 + T_2^2 \delta \nu^2}, \text{ harda } \delta \nu = \gamma H_0 - \nu = \nu_0 - \nu,$$

$$J_z = J_0 \frac{1 + T_2^2 \delta \nu^2}{1 + T_2^2 \delta \nu^2 + \gamma^2 H_1^2 T_1 T_2},$$

$$\nu = -\frac{\gamma H_1 J_0 T_2}{1 + T_2^2 \delta \nu^2 + \gamma^2 H_1^2 T_1 T_2},$$

$$u = -\nu T_2 \delta \nu = \frac{\gamma H_1 T_2^2 J_0 \delta \nu}{1 + T_2^2 \delta \nu^2 + \gamma^2 H_1^2 T_1 T_2},$$

$$\begin{aligned}J_x &= \chi H_x = H_1 (\chi' \cos \nu t + \chi'' \sin \nu t), \\ J_y &= \chi H_y = H_1 (\chi'' \cos \nu t - \chi' \sin \nu t).\end{aligned}$$

$\sin \nu t$, $\cos \nu t$ -nin əmsallarını bərabərləşdirsək:

$$u = \chi' H_1, v = \chi'' H_1.$$

Buradan

$$\begin{aligned}\chi' &= \frac{\nu_0 T_2 (\nu_0 - \nu) \chi_0}{1 + T_2^2 (\nu_0 - \nu)^2 + \gamma^2 H_1^2 T_1 T_2}, \\ \chi'' &= \frac{\nu_0 T_2 \chi_0}{1 + T_2^2 (\nu_0 - \nu)^2 + \gamma^2 H_1^2 T_1 T_2}.\end{aligned}$$

alırıq. χ' - maddənin dispersiya əyrisidir, χ'' - maddədə udulmanı təsvir edir və ifadəsindən görünür ki, Lorens əyrisinin konturudur.

14. Nüvə maqnit rezonansı (NMR) zamanı maqnit momenti xarici H ilə qarşılıqlı təsirdədir və qarşılıqlı təsir enerjisi $W = -(\vec{\mu}_I, \vec{H})$ kimidir, harada k_1 , $\mu_I = I g_I \mu_N$. NMR-in mövcud olduğu diamagnet mühitlərdə yaranan maqnit momenti və H bir -birinə qarşı yönəlmiş olurlar. Qonşu maqnit səviyyələri arasında məsafə

$\Delta W = h\nu_0 = g_I \mu_N H$ və buradan $\nu_0 = \frac{g_I \mu_N H}{h}$. g_I -nüvə g - faktoru protonun g_p faktoruna bərabərdir və $g_p = 5.58$. Elektronun g -faktoru isə $g_e = 2$ -dir.

$$\text{Nüvə maqnetonu } \mu_N = \frac{eh}{4\pi m_p c} = \mu_0^B \frac{m_e}{m_p} \approx 5 \cdot 10^{-24} \text{ erq/Qs.}$$

Elektron maqnetonu $\mu_0^B = \frac{eh}{4\pi m_e c}$. Buradan tezlik üçün alırıq ki, $\nu_0 = 4 \cdot 10^7 \text{ Hz} = 40 \text{ MHz}$.

EPR-də $H \approx 5300 \text{ E} = 5 \cdot 10^3 \text{ Qs}$ -da Cu^{2+} üçün $\nu_0 = 9 \text{ QHz}$, yəni burada effekt bir tərtib böyükdür ki, bu da kiçik H sahələrində baş verir.

15. Maqnit silindrik formadadır

$$H = \frac{H_0 R^2}{a^2}.$$

İfadədən görünür ki, sahə maqnitin oxundan uzaqlaşdıqca böyüyür, z oxunda isə minimaldır. Sahənin qradienti

$$\frac{dH}{dR} = \frac{2RH_0}{a^2}$$

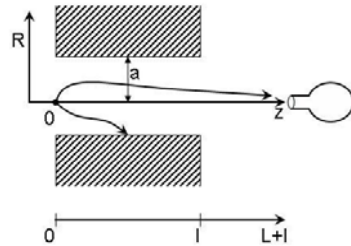
R istiqamətində yönəlib. Maqnit sahəsində hissəciyin hərəkəti radial istiqamətdə $\text{grad } H$ - in varlığı ilə müəyyən olunur. Hissəciyə təsir edən qüvvə

$$F_R = -\frac{\partial W}{\partial R} = \mu_{\text{eff}} \text{grad } H,$$

harada $\mu_{\text{eff}} = -\frac{\partial W}{\partial H}$; W isə μ maqnit momentinə malik hissəciklə

H -in qarşılıqlı təsirinin enerjisidir:

$$W = -\vec{\mu} \vec{H}.$$



Maqnit sahəsində hidrogen atomunun enerji səviyyələri parçalanır. Hidrogen üçün $\vec{I} = 1/2$ (nüvənin maqnit momenti), $\vec{J} = 1/2$ (elektronun maqnit momenti). $\vec{F} = \vec{I} + \vec{J} = 1$, $\vec{F}$ hərəkət miqdarının tam momentidir. Onda,

$$\begin{cases} M_F = 0, \pm 1, & F = 1, \\ M_F = 0, & F = 0. \end{cases}$$

Hidrogen atomu elektrik cəhətdən neytraldır; $e^- + e^+ = 0$, lakin maqnit momentinə malikdir.

Metodun mahiyyəti – müxtəlif səviyyələrdə yerləşən atomları $\text{grad } H$ -in köməyiylə fəzada ayırmaqdan ibarətdir. Maqnit sahəsində atomların hərəkət tənliyi:

$$m\ddot{R} = F_R = \mu_{\text{eff}} \text{grad } H.$$

Yuxarı işçi səviyyədə hissəciklər üçün

$$W = +\mu H \text{ və } F_R = \mu_{\text{eff}} \frac{\partial H}{\partial R} = |\mu| \frac{2RH_0}{a^2}.$$

Aşağı səviyyədə

$$W = -\mu H \text{ və } F_R = -|\mu| \frac{2RH_0}{a^2}.$$

Hidrogen atomunun $F = 1, M_F = 0$ (yuxarı səviyyə) və $F = 0, M_F = 0$ (aşağı səviyyə) hallarını ayırmaq, burada $|\mu| = |\mu_J - \mu_I|$.

Hərəkət tənliyi:

$$\frac{d^2 R}{dt^2} + k_1 R = 0 \quad (\text{yuxarı səviyyə üçün}),$$

$$\frac{d^2 R}{dt^2} - k_1 R = 0 \quad (\text{aşağı səviyyə üçün}).$$

Burada $k_1 = \frac{2|\mu|H_0}{a^2}$ -dir.

Həlli aşağıdakı şəkildə axtaraq:

$$R = A_1 e^{i\omega t} + B_1 e^{-i\omega t}$$

başlanğıc şərtlər:

$$t = 0, R = 0$$

(atom maqnit oxundakı $R = 0$ olan mənbədən çıxır),

$$\frac{dR}{dt} = v_R(0),$$

harada k_1 , $v_R(0)$ -başlanğıc radial sürətidir.

Həlli birinci tənlikdə yerinə yazaq, harada k_1 ,

$$\begin{aligned}\dot{R} &= i\omega (A_1 e^{i\omega t} - B_1 e^{-i\omega t}), \\ \ddot{R} &= -\omega^2 (A_1 e^{i\omega t} + B_1 e^{-i\omega t}) = -\omega^2 R.\end{aligned}$$

Tənlik $k_1 = \omega^2$ şərti daxilində ödənilir. Başlanğıc şərtlər daxilində A_1 və B_1 əmsallarını alırıq:

$$R(t=0) = A_1 + B_1 = 0 \Rightarrow A_1 = -B_1,$$

$$v_R(0) = \dot{R}(t=0) = i\sqrt{k_1} \cdot (A_1 - B_1) = i\sqrt{k_1} \cdot 2A_1.$$

Buradan

$$A_1 = -i \frac{v_R(0)}{2\sqrt{k_1}} = -B_1.$$

Beləliklə, birinci tənliyin həlli:

$$\begin{aligned}R &= \frac{v_R(0)}{2\sqrt{k_1}} i(-e^{i\omega t}) + \frac{v_R(0)}{2\sqrt{k_1}} i(-e^{-i\omega t}) = \\ &= \frac{v_R(0)}{8\sqrt{k_1}} i(-2i) \sin \sqrt{k_1} t = \frac{v_R(0)}{\sqrt{k_1}} \sin \sqrt{k_1} t.\end{aligned}$$

öz istiqamətində maqnit oxu boyunca hərəkət sabit sürətlə ətalət hesabına baş verir. Buradan

$$z = v_z t, \quad R = \frac{v_R(0)}{\sqrt{k_1}} \sin \sqrt{k_1} \frac{z}{v_z}.$$

Analoji qayda ilə həll edərək, aşağı səviyyə üçün alırıq:

$$R = \frac{v_R(0)}{\sqrt{k_1}} \cdot \frac{\exp \sqrt{k_1} t - \exp(-\sqrt{k_1} t)}{2} = \frac{v_R(0)}{\sqrt{k_1}} sh \frac{\sqrt{k_1}}{\vartheta_z} z$$

harada k_1 ,

$$\omega = i\sqrt{k_1}.$$

Beləliklə, yuxarı səviyyədə atom maqnit oxuna nəzərən sinusoidal rəqsi hərəkət edərək, maqnitdən keçir. Başlanğıc radial sürət böyük olduqca amplitud da böyük olur. Aşağı səviyyədəki atom güclü sahəyə tərəf meyl edərək maqnit oxundan uzaqlaşır. Nəticədə hidrogen atomları dəstəsinin H -dan keçməsi zamanı hissəciklərin fəzada ayrılması baş verir: $F=0, M_F=0$ olan atomlar dəstədən aralanır, $F=1, M_F=0$ olan atomlar isə dəstədə qalır.

Maqnitin çıxışında hissəciklər onun oxundan

$$R_1(l) = \frac{v_R(0)}{\sqrt{k_1}} \sin \sqrt{k_1} \frac{l}{\vartheta_z},$$

kəmiyyəti qədər geri qalır, onların sürəti isə

$$\dot{R}_1 = \frac{\partial R}{\partial z} \Big|_{z=l} = \frac{v_R(0)}{\sqrt{k_1}} \frac{\sqrt{k_1}}{v_z} \cos \sqrt{k_1} \frac{l}{v_z}$$

olur. Maqnitdən çıxdıqdan sonra hissəcik bərabərsürətli və düzxətli hərəkət edir. $z=l$ hissəsindən başlayaraq z oxu boyunca hərəkət tənliyi:

$$R_2 = R_1(l) + \frac{\partial R_1}{\partial z} \Big|_{z=l} (z-l) = \frac{v_R(0)}{\sqrt{k_1}} \left[\sin \frac{\sqrt{k_1} l}{v_z} + \frac{\sqrt{k_1}}{v_z} \cos \frac{\sqrt{k_1} l}{v_z} \cdot (z-l) \right].$$

olacaq. Aydındır ki, əgər maqnitdən çıxan andaki sürət $\frac{\partial R_1}{\partial z} \Big|_{z=l}$ sürəti sıfırdan kiçikdirsə, onda müəyyən zamandan sonra dəstə z oxu ilə (O' nöqtəsində) kəsişir. $R_2(z)=0$ (O' nöqtəsi) şərtindən, yəni $z=L+l$ olduqda

$$R_2(L+l) = \frac{v_R(0)}{\sqrt{k_1}} \left[\sin \frac{\sqrt{k_1} l}{v_z} + \frac{\sqrt{k_1}}{v_z} L \cos \frac{\sqrt{k_1} l}{v_z} \right] = 0$$

Buradan da

$$\operatorname{tg} \frac{\sqrt{k_1} l}{v_z} = -L \cdot \frac{\sqrt{k_1}}{v_z}.$$

Dəstədəki daha çox ehtimallı v_z sürətinə malik atomlar yığıcı kolbaya düşəcək.

$$v_{\text{eht.}} = \sqrt{\frac{3kT}{m}}.$$

Bucağı qiymətləndirək:

$$\frac{\sqrt{k_1} l}{v_z} = \sqrt{\frac{2|\mu|H_0}{ma^2}} \cdot l \sqrt{\frac{m}{3kT}} = \sqrt{\frac{2|\mu|H_0}{3kT}} \cdot \frac{l}{a} = \sqrt{\frac{2}{3 \cdot 10^3}} \cdot 80 \approx \frac{80}{30} = 2 \text{ rad}$$

Burada $\frac{\sqrt{k_1}}{v_z} = 5 \cdot 10^{-2}$.

a) L üçün

$$L = -\frac{\operatorname{tg} \frac{\sqrt{k_1} l}{v_z}}{\frac{\sqrt{k_1}}{v_z}} = \frac{\operatorname{tg} 2}{5 \cdot 10^{-2}} = 45 \text{ sm}$$

alarıq.

b) Şəkilə baxın.

16. Fırlanma sabiti B molekulun I ətalət momenti ilə ifadə olunur:

$$B = h / 4\pi I$$

$$I = mr^2,$$

burada $m = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}$ - gətirilmiş kütlədir. m_1, m_2 Na və Cl

nüvələrinin kütləsi, r -nüvələrarası məsafədir. B və I üçün ifadələri nəzərə alsaq,

$$r = \sqrt{\frac{h}{8\pi^2 Bm}}.$$

Gətirilmiş kütlənin ifadəsində kütlələrin qiymətini qoyaq $m_{Na} = 23$ və $m_{Cl} = 35$ kütlə ədədlərini yerinə yazsaq,

$$m = \frac{m_{Na} m_{Cl}}{m_{Na} + m_{Cl}} = \frac{23 \cdot 35}{23 + 35} m_p = \frac{23 \cdot 35}{23 + 35} \cdot 1.67 \cdot 10^{-24} \text{ q} = 23,2 \cdot 10^{-24} \text{ q}.$$

$$I = h / 8\pi^2 B = \frac{6.67 \cdot 10^{-27}}{8 \cdot (3.14)^2 \cdot 6.54 \cdot 10^9} \frac{\text{erg} \cdot \text{san}^2}{\text{Hc}} = 1,28 \cdot 10^{-38} \text{ q} \cdot \text{sm}^2.$$

Buradan

$$r = \sqrt{\frac{1.28 \cdot 10^{-38} \text{ q sm}^2}{23,2 \cdot 10^{-24} \text{ q}}} = 2.4 \cdot 10^{-8} \text{ sm} = 2.4 \text{ Å}.$$

17. Verilmiş j fırlanma kvant ədədinə malik fırlanma səviyyəsinin $W(j)$ enerjisi: $W(j) = hB j(j+1)$, səviyyənin cırlaşmasının tərtibi isə $g_j = 2j+1$ -dir. Cırlaşma nəzərə alınmaqla i və j səviyyələrindəki hissəciklərin sayının nisbəti

$$\frac{N_i}{N_j} = \frac{g_i}{g_j} \exp \left[-\left(\frac{W_i - W_j}{kT} \right) \right].$$

olar.

$i = 0, j = 0$ səviyyələrinə baxaq:

$$\begin{aligned} g_1 &= 3, g_0 = 1 \\ W_1 &= hB \cdot 2; \quad W_0 = hB \cdot 0 = 0, \\ \frac{W_1}{kT} &= \frac{2 \cdot 6.626 \cdot 10^{-34} \cdot 5.8 \cdot 10^{4+6}}{300 \cdot 1.38 \cdot 10^{-23}} \frac{C \cdot \text{san} \cdot Hc}{K \cdot C / K} = \\ &= 9 \cdot 10^{-3} = 0,9 \cdot 10^{-2}. \\ \frac{N_i}{N_j} &= \frac{N_1}{N_0} = \frac{3}{1} e^{-0,9 \cdot 10^{-2}} = \frac{3}{e^{0,01}} = \frac{3}{(2.7)^{\frac{1}{100}}} = 2.96 > 1 \end{aligned}$$

Beləliklə, $\frac{N_1}{N_0} = 2.96 > 1$. Lakin belə sistemdə güclənmə mümkün deyil, belə ki, cırılşmanı nəzərə almaqla $j+1 \rightarrow j$ keçidində güclənmə üçün $\frac{N_i}{g_{j+1}} > \frac{N_j}{g_j}$ şərti ödənilməlidir, burada isə bu şərt ödənilmir.

18. $\frac{N_2}{g_2} > (<) \frac{N_1}{g_1}$ - güclənmə (udulma) şərtidir.

Qiymətlərini yerinə qoysaq:

$$\frac{10^{16}}{2} = \frac{0,5 \cdot 10^{16}}{2},$$

yəni, $\frac{N_2}{g_2} = \frac{N_1}{g_1}$ - güclənmə və udulma şərtləri ödənilmir. Verilən parametrlərə uyğun temperaturu təyin edək

$$T_{21} = \frac{h\omega_{21}}{k} \left/ \ln \frac{N_1}{g_1} \cdot \frac{g_2}{N_2} \right. = \frac{h\omega_{21}}{k} \left/ \ln 1 \right. = \infty.$$

Sistemdə nə güclənmə, nə də udulma olmadıqda, bu qeyri-tarazlıq halı, hər hansı bir aralıq halıdır.

19. Üçsəviyyəli kvant sistemini araşdıraraq.

a)Optik diapazonda $h\nu \gg kT$ şərti ödənilir və bu halda həyəcanlaşmış səviyyələrindən biri böyük τ -ya malik sistemlər tədqiq olunur:

Kinetik tənliklər sistemi bu halda aşağıdakı şəkildə olur:

$$\begin{cases} \dot{N}_3 = p_{13}(N_1 - N_3) - \frac{N_3}{\tau_{32}} - \frac{N_3}{\tau_{31}}, \\ \dot{N}_2 = \frac{N_3}{\tau_{32}} - \frac{N_2}{\tau_{21}}, \\ N_1 + N_2 + N_3 = N_0, \end{cases}$$

p_{13} -doldurma sahəsinin təsiri altında hissəciyin 1 san. müddətində keçid ehtimalı, $\dot{N}_3, \dot{N}_2$ -səviyyələrdə hissəciklər sayının dəyişmə sürəti, $\tau_{21}, \tau_{32}, \tau_{31}$ -uyğun səviyyələr arasında spontan keçidlərin və relaksasiyanın zamanıdır.

Üçüncü səviyyədə hissəciklərin sayı ν_{13} tezlikdə dolma sahəsinin təsiri nəticəsində artır (1-ci toplanan), relaksasiya keçidlərinin hesabına isə azalır.

$$N_3 = N_1 e^{-\frac{h\nu_{31}}{kT}}, \quad N_3 = N_2 e^{-\frac{h\nu_{23}}{kT}}$$

olduqda sistem tarazlıqdadır. Əgər N_3 tarazlıq qiymətlərindən fərqlənirsə, sistemdə τ_{31}, τ_{23} zaman sabitlərinə malik relaksasiya prosesləri baş verir. $h\nu \gg kT$ -halında eksponensial hədləri sıfıra bərabər hesab etmək olar və sürət tənlikləri yuxarıdakı şəkllə malik olur. $\dot{N}_3 = \dot{N}_2 = 0$ qərarlaşmış rejimi üçün sistemdən alırıq:

$$N_2 - N_1 = N_0 \frac{p_{13}\tau_{31}(\tau_{21} - \tau_{32}) - \tau_{31} - \tau_{32}}{p_{13}\tau_{31}(\tau_{21} + 2\tau_{32}) + \tau_{31} + \tau_{32}}.$$

$N_2 \geq N_1$ olması üçün p_{13} aşağıdakı kimi olmalıdır

$$p_{13}\tau_{31}(\tau_{21} - \tau_{32}) \geq \tau_{31} + \tau_{32}.$$

Buradan

$$p_{13} \geq \frac{\tau_{31} + \tau_{32}}{\tau_{31}(\tau_{21} - \tau_{32})} = \frac{1}{\tau_{21} - \tau_{32}} \left(1 + \frac{\tau_{32}}{\tau_{31}} \right).$$

Prinsipial olaraq $2 \rightarrow 1$ inversiyası mümkündür, əgər $\tau_{21} > \tau_{32}$, yəni ehtimal mənasında $p_{13} > 0$.

b, c) Şərtə görə: $\tau_{32} = 10^{-6} \div 10^{-7}$ san və $\tau_{21} = 10^{-3}$ san – metastabil səviyyədir, yəni $\tau_{21} > \tau_{32}$.

p_{13} -ün minimal qiyməti nöqtəyi nəzərindən τ_{32} və τ_{31} arasında ən əlverişli münasibət:

$$\tau_{31} \gg \tau_{32}.$$

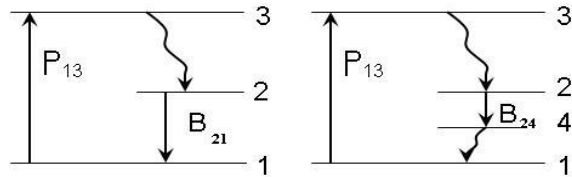
olmasıdır.

Üçüncü səviyyəyə keçirilmiş hissəciklər əsasən ikinci və az miqdarda birinci səviyyəyə keçir. Bu şərtlərdə $(p_{13})_{\min} = 1/\tau_{21}$; $N_3 \ll N_1, N_2$. Ona görə $2 \rightarrow 1$ inversiya halında hesab etmək olar ki, $N_3 \approx 0$, $N_2 \approx N_1 \approx N_0/2$. Doldurma sahəsinin minimal gücü

$$P_{\min, dol.} = h\nu_{13} p_{13 \min} (N_1 - N_3) \approx \frac{N_0 h\nu_{13}}{2\tau_{21}}.$$

Doldurma sistemi bir saniyədə baş verən spontan $N_0/2\tau_{21}$ keçidlərinin xeyli hissəsini kompensasiya etməlidir – bu üç səviyyəli sistemin çatışmayan cəhətidir.

20. Dörsəviyyəli sistem halında dördüncü səviyyəni üçsəviyyəli



sistemin ikinci və birinci səviyyələri arasında yerləşdirirlər (şəklə

baxın). Bu halda $\tau_{32} \ll \tau_{31}, \tau_{34}$, $\tau_{21} \gg \tau_{24}$ olması məqsədəuyğundur (hissəciklərin inversiyasını azaldaraq birinci səviyyəyə axmamaları üçün).

Tarazlıq halında $N_3 \approx N_2 \approx 0$. Dördüncü səviyyədə N_4 az olsa da $N_4 \gg N_3$, N_2 və $N_4 = N_1 e^{-\frac{h\nu_{41}}{kT}}$.

Bu şərtlər daxilində kinetik tənliklər sistemi aşağıdakı şəkildə olur:

$$\begin{cases} \dot{N}_3 = p_{13}(N_1 - N_3) - \frac{N_3}{\tau_{32}}, \\ \dot{N}_2 = \frac{N_3}{\tau_{32}} - \frac{N_2}{\tau_{24}}, \\ \dot{N}_4 = \frac{N_2}{\tau_{24}} - \frac{1}{\tau_{24}}(N_4 - N_1 e^{-\frac{h\nu_{41}}{kT}}) \\ N_1 + N_2 + N_3 + N_4 = N_0 \end{cases}$$

Stasionar hal üçün $\dot{N}_3 = \dot{N}_2 = \dot{N}_4 = 0$. $N_2 - N_4 \geq 0$ fərqini təyin edək:

$$p_{13}\tau_{24}N_0 > \tau_{41}p_{13}N_0 + N_0 e^{-\frac{h\nu_{41}}{kT}}$$

və ya

$$p_{13} \geq \frac{1}{\tau_{24} - \tau_{41}} e^{-\frac{h\nu_{41}}{kT}} \sim \frac{1}{\tau_{24}} e^{-\frac{h\nu_{41}}{kT}}.$$

$\tau_{24} > \tau_{41}$ şərtinə görə doldurmanın minimal gücü

$$P_{\min, dol.} \Big|_{\substack{h\nu_{41} > (2+3)kT \\ N_1 \gg N_2, N_3, N_4}} = h\nu_{13} p_{13} (N_1 - N_3) \approx \frac{N_0}{\tau_{24}} h\nu_{13} e^{-\frac{h\nu_{41}}{kT}}.$$

Dörsəviyyəli sistemin üçsəviyyəli sistemə nisbətən gücdə qazancı isə belə təyin olunur:

$$\frac{P_{\min, dol.}^{(4)}}{P_{\min, dol.}^{(3)}} = \frac{1}{2} e^{-\frac{h\nu_{41}}{kT}}.$$

Burada $\tau_{24} \sim \tau_{21}$.

İfadəyə görə $h\nu_{41} > kT(3 \div 5)$ olduqda güc uduşu artar, yəni əgər dördüncü səviyyə birinci səviyyədən kifayət qədər uzaqlaşdırılsa gücdə qazanc əldə etmək olar. Praktikada uduş $10^{2 \div 3}$ dəfədir.

Prinsipial uduş onunla bağlıdır ki, dördsəviyyəli sistemdə aşağı səviyyə əsas səviyyə deyil və doldurma olmadıqda o praktiki olaraq boşdur və hissəciklərin sayını bərabərləşdirmək üçün güclü doldurma signalı lazım deyil. Üçsəviyyəli sistemdə tarazlıq halında aşağı işçi səviyyə əsas səviyyə olduğuna görə o həmişə doludur.

21. İYT diapazonunda üçsəviyyəli sistemi araşdırıq. İYT diapazonunda istilik hərəkətinin enerjisi kvantın enerjisindən böyükdür, $kT > h\nu_{32,21}$. Kinetik tənliklər sistemi aşağıdakı kimidir:

$$\begin{cases} \dot{N}_3 = -p_{13}(N_1 - N_3) + \frac{1}{\tau_{21}}(N_2 - N_1 e^{-\frac{h\nu_{21}}{kT}}) + \frac{1}{\tau_{31}}(N_3 - N_1 e^{-\frac{h\nu_{31}}{kT}}), \\ \dot{N}_2 = \frac{1}{\tau_{32}}(N_3 - N_2 e^{-\frac{h\nu_{32}}{kT}}) - \frac{1}{\tau_{21}}(N_2 - N_1 e^{-\frac{h\nu_{21}}{kT}}), \\ N_1 + N_2 + N_3 = N_0. \end{cases}$$

Stasionar rejimində

$$\dot{N}_1 = \dot{N}_2 = \dot{N}_3 = 0; \quad N_1 = N_3,$$

belə ki, $1 \rightarrow 3$ keçidində doyma baş verib. Onda tənliklər sistemindən alırıq:

$$\frac{N_3}{N_2} = \frac{\tau_{32} + \tau_{21} e^{-\frac{h\nu_{32}}{kT}}}{\tau_{21} + \tau_{32} e^{-\frac{h\nu_{21}}{kT}}}.$$

$N_3 \geq N_2$ üçün və radiodiapazonda $e^{-\frac{h\nu_{32}}{kT}} = 1 - e^{-\frac{h\nu_{32}}{kT}}$.
Onda,

$$\frac{\tau_{32} + \tau_{21} e^{-\frac{h\nu_{32}}{kT}}}{\tau_{21} + \tau_{32} e^{-\frac{h\nu_{21}}{kT}}} > 1 \Rightarrow \frac{\tau_{32} \nu_{21}}{\tau_{21} \tau_{32}} > 1.$$

İnversiyanı yaratmaq üçün işçi keçid kimi ya $\nu_{32} \ll \nu_{21}$, ya da $\tau_{32} \gg \tau_{21}$ şərti ödəyən keçidi seçmək lazımdır.

Desimetrlik diapazonda (harada ki, ν kiçikdir) $\nu_{32} \ll \nu_{21}$ şərtinin ödənilməsi məqsədəuyğundur.

Santimetrlik və millimetrlik diapazonlarında bu şərti yerinə yetirmək texniki cəhətdən çətindir, ona görə də: $\tau_{32} \gg \tau_{21}$ şərtinin ödənilməsi məqsədəuyğundur.

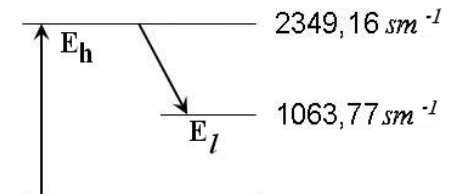
Elə kvant sistemlərini seçirlər ki, doldurmanın yüksək olmayan tezliyində

$$\frac{\tau_{32} \nu_{21}}{\tau_{21} \nu_{32}} > 1$$

bu şərt ödənilsin.

Optik diapazonda $3 \rightarrow 2$ keçidində inversiyanı yaratmaq çətindir, belə ki, $1 \rightarrow 3$ -ün dolması üçün böyük P_{13} gücü tələb olunur-(santimetrlik diapazonda olduğundan $10^{4 \div 5}$ qədər böyük) santimetrlik diapazonda $h\nu_{13, optik} / h\nu_{13, sm} = 10^4 \div 10^5$, doldurma gücü isə $P_{13} \sim h\nu_{13}$ -dir.

22. a) CO₂ lazerdə generasiya rəqsi –fırlanma keçidlərində $00^{\circ}1 - 10^{\circ}0$ ($\lambda = 10,6$ mkm) baş verir.



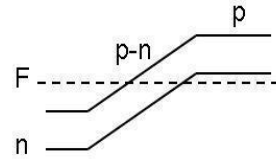
$$\eta = \frac{E_h - E_l}{E_h} = \frac{h \frac{c}{\lambda}}{E_h} = \frac{(2349.16 - 1285.4) sm^{-1}}{2349.16 sm^{-1}} \approx \approx 0.4 = 40\%,$$

$$\lambda = \frac{ch}{E_h - E_l} = \frac{1}{1063.77 sm^{-1}} \approx 9.40 \text{ mkm}.$$

b) $p-n$ keçidli yarımkeçirici injeksion lazerdə (misal üçün GaAs lazerində) inversiya yaratmaq üçün $p-n$ keçidə (düz istiqamətdə) E_g eni ilə müəyyən olunan U -gərginlikdə tətbiq olunur ($\sim 1V$).

Cərəyanın axması nəticəsində termodinamik tarazlıq pozulur və Fermi səviyyəsi iki səviyyəyə parçalanır: e elektronlar üçün n - tip yarımkeçiricidə və p deşiklər üçün p - tip yarımkeçiricidə.

$$\eta = \frac{h\nu}{U} = \frac{h\nu}{\sim \Delta E_g} = \frac{\sim \Delta E_g}{\sim \Delta E_g} \sim 1.$$



Nəzəri olaraq $\eta = 100\%$ (yarımkeçirici lazerlərin çatışmazlığı $p-n$ keçidin qalınlığı kiçik olduğundan çıxış gücünün az olmasıdır (optik bircins $p-n$ keçidi almaq texnoloji cəhətdən çətindir).

c) He-Ne lazer: $\lambda = 0.63 \text{ mkm}$, $\lambda = 3.39 \text{ mkm}$.

$$\eta_{0.63} = \frac{20.662 - 18.704}{20.662} = 0.1 = 10\%,$$

$$\eta_{3.39} = \frac{20.662 - 20.368}{20.662} = 0.014 = 1.4\%,$$

$$\eta_{He+\bar{e}=e+He^*} = e^{-\frac{E^*}{kT_e}} = e^{-\frac{20.3B}{7.3B}} = 0.05\%.$$

e elektronun orta enerjisi $\approx 7 eV$ nəzərə alaraq lazerin f.i.ə.. təyin edək:

$$\Sigma \eta_{0.63} = \eta_{0.63} = 0.1 \cdot 0.05 = 0.005 = 0.5\%,$$

$$\eta_{nəp.} = \frac{P_{члх.}}{P_{\text{созлуча}}} = \frac{0.1 W t}{20 mA \cdot 1 kV} = 0.005 = 0.5\%.$$

23. Dalğanın intensivliyi x -dən asılı olaraq $I = I_0 e^{(\alpha-\beta)x}$ qanunu ilə dəyişir. Rezonatoru tam keçən dalğanın intensivliyi aşağıdakı şəkli alır: $I_0 e^{(\alpha-\beta)2L} r_1 r_2$. Gücün itgisini və güclənməsini qiymətləndirərkən onları rezonatordan şüanın bir keçidinə gətirmək sərfəlidir. Generasiyanın baş verməsi üçün rezonatoru tam keçən dalğanın intensivliyinin ilkin I_0 intensivliyindən $\geq$ olması zəruridir.

$$I_0 e^{2L(\alpha-\beta)} r_1 r_2 \geq I_0,$$

$$2L(\alpha - \beta) \geq \ln \frac{1}{r_1 r_2} = -\ln r_1 r_2,$$

$$(\alpha - \beta) \geq -\frac{1}{2L} \ln r_1 r_2.$$

Buradan generasiyanın astana şərti üçün $\alpha \geq \beta - \frac{1}{2L} \ln r_1 r_2$ alırıq.

Lazerdə güclənmənin astana əmsalı

$$\alpha_{st} = \beta - \frac{1}{2L} \ln r_1 r_2.$$

Əgər fəal mühitdə məcburi güclənmə α rezonatorda baş verən bütün itkiləri kompensasiya edirsə, onda optik kvant generatorunda generasiya olacaq. Kəsilməz generasiya üçün fəal mühitdə güclənmə stasionar α_{st} qiymətinə malik olmalıdır.

$$\alpha_{st} \sim N_{2, \text{срлмфд}}, \text{ belə ki, } \sim \left(N_2 - \frac{g_2}{g_1} N_1 \right) = \Delta N.$$

Əgər $N_2 > N_{2, \text{срлмфд}}$ isə, onda optik kvant generatorunda intensivliyin artması baş verir. N_2 məcburi keçidlər hesabına $N_{2, \text{срлмфд}}$ -a qədər azalmayınca, stasionar rejim mövcud olur.

$N_2 < N_{2, \text{срмид}}$ şərti ödənildikdə optik kvant generatorunda rəqslər sönür.

24. İnversiya o vaxt baş verir ki, yuxarı səviyyədə zərrəciklərin yarısından çoxu aktiv olsun. Doldurma üçün astana şərti $N_2 = \frac{N_0}{2}$ bərabərlik şərtində ödənilir.

Bir hissəciyi yuxarı səviyyəyə keçirmək üçün $h\nu$ -ya bərabər doldurma enerjisi tələb olunur, kristalın hissəciklərinin yarısı üçün isə - $h\nu \cdot \frac{N_0}{2} = h\nu \cdot \frac{nV}{2}$.

Beləliklə, doldurma enerjisi $h\nu \cdot \frac{nV}{2}$ olacaq, ancaq bu enerji inversiya baş verməsi üçün $t \leq \tau_{sp}$ müddətində $\frac{N_0}{2}$ sayda hissəciyi yuxarı keçirməlidir. Buradan

$$\begin{aligned} P_{\min, \text{dol.}} &= \frac{h\nu \frac{nV}{2}}{\tau_{sp}} = \frac{6.626 \cdot 10^{-27} \cdot \frac{3 \cdot 10^{10}}{0.5 \cdot 10^{-4}} \cdot \frac{nV}{2}}{3 \cdot 10^{-3}} = \\ &= \frac{10^{-13} \cdot 36 \text{ erg} \cdot 10^{19} \text{ sm} \cdot 10}{3 \cdot 10^{-3} \text{ san} \cdot 2} = \\ &= 6 \cdot 10^{10} \frac{\text{erg}}{\text{san}} = 6 \cdot 10^3 \frac{\text{C}}{\text{san}} = 6 \text{ kWt} . \end{aligned}$$

25. Əgər mühitdə itkilər sıfıra bərabərdirsə ($\beta = 0$) onda güclənmə əmsalı

$$\begin{aligned} \alpha_{\text{стсрмид}} &= -\frac{1}{2L} \ln r_1 r_2 \\ \alpha_{\text{срмид}} &= -\frac{1}{2 \cdot 10 \text{ sm}} \ln \frac{1}{1 \cdot 0.9} = \frac{1}{20 \text{ sm}} \cdot \ln \frac{10}{9} = 0.005 \text{ sm}^{-1} \\ L &= \frac{\ln \frac{1}{r_1 r_2}}{2\alpha_{\text{срмид}}} = 0.17 \text{ sm} . \end{aligned}$$

26. İnversiyanın astana səviyyəsini yaratmaq üçün zəruri olan $P_{\min, \text{dol.}}$ kəmiyyətinin qiymətini tapaq

$$\begin{aligned} \Delta n &= n_E - n_{A_2} \cdot \frac{g_E}{g_{A_2}} > 0 \\ n_E &> \frac{1}{2} n_{A_2} \end{aligned}$$

belə ki, $n_{A_2} \approx n (^4A_2 - Cr^{3+} \text{ -in əsas halıdır})$.

$$n_E > 0.5n \quad \Delta n = 0.5n .$$

$U_{13} = P_{\min, \text{dol.}} \cdot t = \frac{h\nu_{\text{dol.}} \cdot \Delta n \cdot V}{\eta} = 50 \text{ C}$ - inversiya yaratmaq üçün zəruri olan enerjidir, qiymətcə böyük deyilolmayan, ancaq burada vacib amil doldurmanın sürətidir ($B_{13} h\omega_{13}$), bu da ki, enerji $\times B_{13}$ -yə bərabərdir. İfadədəki t zamanı yuxarı lazer səviyyəsinin τ_{21} yaşama müddəti ilə təyin olunacaq

$$\frac{U_{13}}{\tau_{21}} = P_{\min, \text{dol.}} = \frac{h\nu_{\text{dol.}} \cdot \Delta n \cdot V}{\tau_{21}} = U_{13} \cdot A_{21} .$$

Δn inversiyasını işçi səviyyələr arasında saxlamaq üçün $B_{13} h\nu_{13} = 5A_{21}$ minimal şərtidir.

Burada 5 itkilərlə bağlı əmsaldır.

$$\begin{aligned} P_{\text{dol.}} &= 5A_{21} h\nu_{\text{dol.}} \Delta n V = \\ &= 300 \text{ san}^{-1} \cdot 4.2 \cdot 10^{-12} \text{ erg} \cdot 0.5 \cdot 1.6 \cdot 10^{19} \text{ sm}^{-3} \cdot 10 \text{ sm}^3 = \\ &= 7.5 \text{ kWt} . \end{aligned}$$

$$P_{\text{gener.}} = P_{\text{dol.}} - P_{\text{лим ин.}}$$

$$\begin{aligned} P_{\text{лим ин.}} &= h\nu_{R_1} A_{21} n_E V t = \\ &= 2.9 \cdot 10^{-12} \cdot 300 \cdot 0.466 \cdot 10^{19} \cdot 10 = 4.5 \text{ kW} . \end{aligned}$$

$$P_{gen.} = 3 kWt .$$

Əslində $P_{dol.}$ -in böyük olması rezonatordakı itkilərə görədir: udulmaya görə doldurma gücünü $B_{13}h\omega_{13} = 10A_{21}$ -yə qədər və daha çox artırmaq lazım gəlir.

27. Yuxarı 2E səviyyəsi 2A -dən “qidalanır”. Hər iki səviyyəni statistik çəkisi $g_2 = 2$ olan bir səviyyə hesab etmək olar. Aşağı (əsas) 4A_2 halı dörd səviyyəyə bölünür, $g_1 = 4$. 2E səviyyəsində hissəciklərin yığılması τ_{21} -in böyük qiymətinə görə mümkündür. Bu yığılma prosesi o vaxta qədər davam edir ki, N_2 astana qiymətindən böyük olsun. Generasiya şərti

$$N_2 - \frac{g_2}{g_1} N_1 \geq 0 . \quad \text{Nəzərə alsaq ki,}$$

$$N_1 + N_2 \approx N_0 , \text{ alarıq:}$$

$$\begin{aligned} N_{2, \text{срхмод}} - N_1 \frac{g_2}{g_1} &= N_2 - (N_0 - N_2) \frac{g_2}{g_1} = \\ &= N_{2, \text{срхмод}} \left(1 + \frac{g_2}{g_1} \right) - N_0 \frac{g_2}{g_1} \geq 0 \end{aligned}$$

$$N_{2, \text{срхмод}} \geq \frac{N_0 \frac{g_2}{g_1}}{1 + \frac{g_2}{g_1}} = \frac{N_0}{1 + \frac{g_2}{g_1}} = \frac{N_0}{3}, \quad (g_1 = 4, g_2 = 2)$$

Yaqut optik kvant generatorunda generasiya rejimində ikinci səviyyədə bütün fəal hissəciklərin sayının 1/3-dən az olmayaraq hissəcik olmalıdır. Rezonatorda itkilər artdıqca, generasiyanın astana qiymətlərini almaq üçün ikinci səviyyəyə daha çox sayda hissəcik keçirmək lazımdır. Generasiya əldə etmək üçün yaqut tərəfindən udulmalı olan enerjinin minimal qiyməti $W_{\min, dol.} \geq N_0 h\nu_{13} / 3$. Cr^{+3} ionunun konsentrasiyasının 0,05% qiymətində hissəciklərin sıxlığı

$$N_0 = 1.6 \cdot 10^{19} \quad \text{sm}^{-3} \text{-dir.} \quad \lambda_{dol.} = 0.56 \text{ mkm} \quad \text{hesab etsək}$$

$$W_{\min, dol.} \geq 2C / \text{sm}^3 .$$

28. Əgər rezonatorda rəqslərin amplitudu A -dirsə, onda rezonatorda U - rəqs növünün enerjisi $U \sim A^2$, yəni,

$$U = A^2 = A_0^2 e^{-\frac{\omega}{Q}t} ,$$

burada A_0^2 $t=0$ başlanğıc anındakı enerji, $\omega/2\pi$ - keçidin tezliyi, Q - rezonatorun keyfiyyətliyi. Buradan

$$U = U_0 e^{-\frac{\omega}{Q}t} .$$

dt müddət ərzində itən enerji

$$dU = -\frac{\omega}{Q} U dt .$$

Hər durğun dalğa özünə məxsus rəqs növünü (modanı) əmələ gətirir və onu iki qaçan dalğa şəklində göstərmək olar ki, bunların da hər birinin enerjisi $U/2$ -yə bərabərdir.

Rezonatorda baş verən itkiləri araşdırıq. Fərz edək ki, mühitdə udulma baş verir. Səpilməyə görə, yəni qeyri-rezonans udulmaya görə, bu mühitdə qaçan dalğa üçün itkilər

$$\Delta U' = \frac{U}{2} e^{-\beta L} - \frac{U}{2} = \frac{U}{2} [1 - \beta L - 1] = -\frac{U}{2} \beta L$$

olar. Burada kiçik itkilər halı üçün harda $e^{-\beta L} = 1 - \beta L$ ayrılışından istifadə olunmuşdur.

Həmin dalğa üçün güzgülərin şüa buraxması keçirməsi hesabına olan itkilər

$$\Delta U'' = -\frac{U}{2} (1 - \gamma)$$

bərabərdir.

Rezonatoru keçid müddətində ($t = \frac{L}{c}$) baş verən tam itkilər:

$$\Delta U = \Delta U' + \Delta U''$$

olar.

Vahid t anında qaçan dalğanın itirdiyi enerjinin orta qiyməti:

$$\frac{\Delta U c}{L} = \frac{c}{L} \left[-\frac{U}{2} \beta L - \frac{U}{2} (1-r) \right] = -\frac{U c}{2L} [\beta L + (1-r)].$$

Durğun dalğanın dt müddətində itirdiyi enerji isə

$$2 \frac{\Delta U c}{L} dt = -\frac{U c}{L} [\beta L + (1-r)] dt$$

ifadəsi ilə təyin olunur. Lakin bu, mənasına görə birinci ifadə

($dU = -\frac{\omega}{Q} U dt$) ilə eynidir:

$$dU = -\frac{\omega}{Q} U dt = -\frac{U c}{L} [\beta L + (1-r)] dt.$$

Deməli rezonatorun keyfiyyətliliyi üçün alırıq

$$Q = \frac{\omega L}{c [\beta L + (1-r)]}.$$

Buradan $\tau_r = \frac{Q}{\omega}$ sönmə müddətini, başqa sözlə fotonun rezonatorda yaşama müddətini tapmaq olar. Parametrlərin qiymətlərini yerinə qoysaq,

$$Q = \frac{2\pi\nu L}{c [\beta L + (1-r)]} = \frac{2\pi L}{\lambda [\beta L + (1-r)]} = \frac{6.28 \cdot 100 \text{ sm}}{0.6 \cdot 10^{-4} \text{ sm} \cdot (0.001 \text{ sm}^{-1} \cdot 100 \text{ sm} + 0.05)} =$$

$$= \frac{10^7}{\sim 0.15} = \frac{10^7}{0.2} = 7 \cdot 10^7,$$

$$\tau_r = \frac{7 \cdot 10^7 \cdot 0.6 \cdot 10^{-4} \text{ sm}}{2\pi \cdot 3 \cdot 10^{10} \text{ sm/san}} = 2 \cdot 10^{-8} \text{ san},$$

alırıq.

29. Bildiyimiz kimi fəal mühiti olmayan boş rezonatorun məxsusi tezlikləri üçün yazmaq olar:

$$\nu_{mnq} = \frac{c}{2L} \left[q + \frac{m+n}{\pi} \arccos \sqrt{g_1 g_2} \right].$$

Burada m, n, q -tam ədədlər, $g_{1,2} = 1 - L/R_{1,2}$ -dir. Tənliyi belə yazaq

$$\nu_{mnq} - \frac{c}{2L} q = \frac{c}{2L} \cdot \frac{m+n}{\pi} \arccos \sqrt{g_1 g_2}$$

$m = n = 0$ olduqda, uzununa

modalar üçün $\nu_{00q} = \frac{c}{2L} q$ olar.

Uzununa modalar üçün tənliyin sağ tərəfi sıfıra bərabərdir.

$q = 0$ olduqda

$$\nu_{mn} - \nu_{00} = \frac{c}{2L} \cdot \frac{m+n}{\pi} \arccos \sqrt{g_1 g_2}.$$

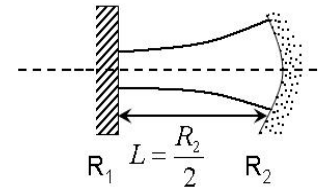
a) $m = 0, n = 1$ olduqda

$$\nu_{01} - \nu_{00} = \frac{c}{2L} \cdot \frac{1}{\pi} \arccos \sqrt{g_1 g_2}.$$

$R_1 = \infty, g_1 = 1, R_2 = 100 \text{ sm}$ üçün

$$g_2 = 1 - \frac{50}{100} = 0.5.$$

Beləliklə, boş rezonator üçün



$$\nu_{01} - \nu_{00} = \frac{3 \cdot 10^{10} \text{ sm/c}}{250 \text{ sm}} \cdot \frac{1}{3.14} \arccos \sqrt{0.5} = 74.5 \text{ MHs.}$$

b) Məsələnin parametrləri ($L = R_2 / 2$, $R_1 = \infty$) rezonatorun yarımkonfokal növünə uyğun gəlir.
c) Şəkilə baxın.

30. Frenel ədədi $N = a^2 / \lambda L$ bu halda

$$N = \frac{(0.5)^2}{0.63 \cdot 10^{-4} \cdot 100} = 39.8$$

-a bərabərdir.

$N > 10$ olduqda bir keçid zamanı α_{mn} difraksiya itkiləri üçün

$$\alpha_{mn} = 5.23 \cdot 10^{-2} \lambda_n^{m+1} N^{-\frac{3}{2}},$$

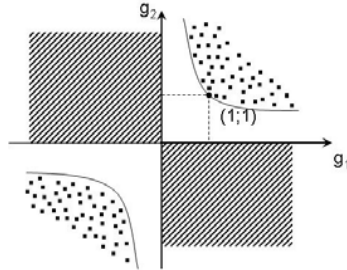
münasibəti odənilir, harada, λ_n^{m+1} - birinci növ n tərtibli Bessel funksiyasının $(m+1)$ -ci köküdür.

$m=0$, $n=0$, olduqda $\lambda_0^1 = 2.40$,
 $m=0$, $n=1$ olduqda isə $\lambda_1^1 = 3.83$. Buradan

$$\alpha_{00} = 5.23 \cdot 10^{-2} \cdot 2.40 \cdot (-39.8)^{-\frac{3}{2}} = 1.2 \cdot 10^{-3} = 0.12\%,$$

$$\alpha_{01} = 5.23 \cdot 10^{-2} \cdot 3.83 \cdot (-39.8)^{-\frac{3}{2}} = 3.1 \cdot 10^{-3} = 0.31\%.$$

Beləliklə, əsas modanın (TEM_{00}) bir keçiddə difraksiya itkiləri birinci tərtib eninə moda (TEM_{01}) itkilərindən 2.5 dəfə kiçikdir. Belə müstəvi paralel rezonatora g -diaqramında. (1,1) nöqtə uyğundur, belə ki, $g_1 = g_2 = 1$. Rezonatorun parametrlərinin kiçik



dəyişməsi generasiyanın pozulmasına gətirir, belə ki, bu zaman itkilər kəskin artır.

31. Fərz edək ki, I - rezonatorda qaçan dalğanın intensivliyidir. Onda, $P_{\text{vax.}} = T \cdot I$, T - güzgülərin buraxma əmsalıdır.

Məlumdur ki, lazerdə $\alpha = \frac{\alpha_0}{1 + I/I_0}$, α_0 -keçid üçün doymamış

güclənmədir. Doyma səbəbindən güclənmə azalır və yuxarıda verilən münasibətlə təyin olunur. Generasiyaya stasionar rejim uyğun gəlir, yəni itkilər

$$\alpha = \frac{\alpha_0}{1 + \frac{I}{I_0}} = \beta + \frac{T_r}{L},$$

güclənməsinə bərabərdir. Burada itkilər bir keçiddə olan itkilərlə güzgülərdə baş verən itkilərin cəmindən ibarətdir. Alınan ifadədən tapırıq ki,

$$1 + I/I_0 = \frac{\alpha_0}{\beta + \frac{T_r}{L}}.$$

Deməli,

$$\frac{I}{I_0} = \frac{\alpha_0}{\beta + \frac{T_r}{L}} - 1 = \frac{\alpha_0 - \beta - \frac{T_r}{L}}{\beta + \frac{T_r}{L}} = \frac{\alpha_0 - \beta - \alpha_m}{\beta + \alpha_m},$$

burada $\alpha_m = T_m / L$.

Nəticədə $I = I_0 \left(-1 + \frac{\alpha_0}{\beta + \frac{T_r}{L}} \right)$ və çıxış gücü üçün

$$P_{\text{vax.}} = T I_0 \left(\frac{\alpha_0}{\beta + \alpha_m} - 1 \right) = I_0 L \alpha_m \left(\frac{\alpha_0}{\beta + \alpha_m} - 1 \right)$$

alırıq. T_{opt} -i $\frac{\partial P}{\partial \alpha_m} = 0$ şərtindən tapırıq:

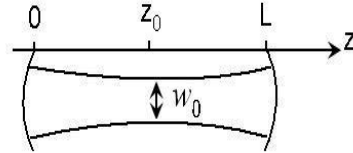
$$T_{opt} = L\alpha_{m,opt} = L(\sqrt{\alpha_0\beta} - \beta) = 10(\sqrt{0.001} - 0.01) = \\ = (0.033 - 0.01) \cdot 10 = 0.023 \cdot 10 = 23\%.$$

32. Məlumdur ki, dəstənin səpilmə bucağı $\theta = \frac{\lambda}{\pi w_0}$ bərabərdir.

Burada w_0 - dəstənin eninə minimal ölçüsüdür və

$$w_0^2 = \left(\frac{\lambda}{\pi}\right) \frac{L}{2} \text{ yaxud } w_0 = \sqrt{\frac{\lambda L}{2\pi}}$$

münasibətilə təyin olunur. Buna dəstənin dartılması deyirlər. Dartılmanın koordinatını rezonatorun oxu boyunca z_0 -la işarə edək (şəklə baxın), $z_0 = L/2$. Buradan konfokal rezonatorun əsas modasının səpilmə bucağı üçün alırıq



$$\theta = \sqrt{\frac{2\lambda}{L\pi}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 10^{-4} \text{ sm}}{200 \text{ sm} \cdot 3.14}} \approx 5.6 \cdot 10^{-4} \text{ rad} = 1.9'.$$

FUNDAMENTAL FİZİKİ SABİTLƏR

Plank sabiti $h = 6.626 \cdot 10^{-27} \text{ erq} \cdot \text{san} = 6.626 \cdot 10^{-34} \text{ C} \cdot \text{san}$

İşığın vakumdakı sürəti $c \approx 3 \cdot 10^{10} \text{ sm/san} = 3 \cdot 10^8 \text{ m/san}$

Bolsman sabiti $k = 1.38 \cdot 10^{-16} \text{ erq/S} = 1.38 \cdot 10^{-16} \text{ C/K}$

Elektrik sabiti $\varepsilon_0 \approx 0.885 \cdot 10^{-11} \text{ F/m}$

Maqnit sabiti $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Hn/m}$

Protonun kütləsi $m_p = 1.672 \cdot 10^{-24} \text{ q} = 1.672 \cdot 10^{-27} \text{ kq}$

Elektronun kütləsi $m_e = 0.911 \cdot 10^{-27} \text{ q} = 0.911 \cdot 10^{-30} \text{ kq}$

Bor maqnetonu $\mu_B = 0.927 \cdot 10^{-20} \text{ erq/Qs} = 0.927 \cdot 10^{-23} \text{ C/Tl}$

Nüvə maqnetonu $\mu_N = 5.051 \cdot 10^{-24} \text{ erq/Qs} = 5.051 \cdot 10^{-27} \text{ C/Tl}$

ƏDƏBİYYAT

1. F. Kaçmarek “Vvedenie v fiziku lazerov”, M., Mir, 1981, 386s.
2. A. Mgytlend, M. Dann “Vvedenie v fiziku lazerov”, M., Nauka, 1978, 408s.
3. O. Zvelto “Fizika lazerov”, M., Mir,. 1984, 396s.
4. L.V. Tarasov ‘Fiziçeskie osnovı kvantovoy glektroniki”, M., 1976, 368c.
5. A. Əriv “Kvantovaa glektronika”, M, Sovetskoe radio, 1980, 488s.
6. Ə.İ. Xanin “Dinamika kvantovıx qeneratorov,” M., Sovetskoe radio, 1975, 496s.
7. R. Pantel, Q. Putxof, Osnovı kvantovoy glektroniki, M., Mir, 1972, 384s.
8. A.V. Uspenskiy “Sbornik zadaç po kvantovoy glektronike”, M., Vıssaa škola, 1976, 176s.
9. R.C. Qasımova, R.Ə. Kərəməliyev “Kvant elektronikasının əsasları”, Bakı, BDU, 1991, 79s.
10. Q. Beytmen, A. Grdeyi “Vıssie transüendentnıe funküii,” M., Nauka, 1973, 294s.

MÜNDƏRİCAT

GİRİŞ.....	4
MƏSƏLƏLƏR.....	5
MƏSƏLƏLƏRİN HƏLLİ.....	18
ƏLAVƏ.	
FUNDAMENTAL FİZİKİ SABİTLƏR.....	62
ƏDƏBİYYAT.....	63
MÜNDƏRİCAT.....	64

Kompüter tərtibçiləri:

Kərimov B.A.
Kərimov E.A.

Çapa imzalanmışdır: 18.02.2008.

Formatı 60x84 1/16.

Həcmi 4,0 ç.v. Sayı 200.

«Bakı Universiteti» nəşriyyatı,
Bakı ş., AZ 1148, Z.Xəlilov küçəsi, 23.

